



جامعة السودان المفتوحة

Open University Of Sudan

بالتعاون مع

جامعة العلوم والتكنولوجيا

University of Science and Technology



# بحوث العمليات

د. زين العابدين عالم ومصطفى

رقم المقرر: 928020

1430

# بحوث العمليات

أ. د. زين العابدين عالم مصطفى

صنعاء

1433 هـ - 2012 م

شارك في التأليف وإدخال التعديلات

أ.د. صالح محمد الشامي  
أ.د. منصور قاسم المذحجي

التحكم العلمي

أ.د. صديق محمد أحمد شاهين

التصميم التعليمي

د. جمال درهم زيد  
د. محمد الفاتح محمود المغربي

المراجعة اللغوية

د. عطية أحمد الوهيبي

التصميم الفني والغلاف

أ. فارس عبد الرزاق علي شروان

الإشراف العام

قسم إنتاج المقررات – كلية التعليم المفتوح

الطبعة الثانية 1433هـ – 2012م

حقوق الطبع والنشر محفوظة لجامعة العلوم والتكنولوجيا، ولا يجوز إنتاج أي جزء من هذه المادة أو تخزينه على أي جهاز أو نقله بأي شكل أو وسيلة إلكترونية أو ميكانيكية أو بالنسخ أو التصوير أو بالتسجيل أو بأي وسيلة أخرى إلا بموافقة خطية مسبقة من الجامعة

يطلب هذا الكتاب مباشرة من الجامعة [www.ust.edu](http://www.ust.edu)

ت/00967/373237 تحويلة 6121

أو من دار الكتاب الجامعي – صنعاء – ت/00967/1471790

E-mail : [Dalkitab@yemen.net.ye](mailto:Dalkitab@yemen.net.ye)

عزيزي الدارس:

يهدف مقرر بحوث العمليات إلى تعريفك بالمبادئ والأساليب الأساسية لهذا العلم ومنهجية استخدامها في تحليل المشكلات واتخاذ القرارات. وتمثل بحوث العمليات مجموعة واسعة من الأساليب العلمية الحديثة والمتقدمة التي يمكن استخدامها بنجاح كبير لحل العديد من المشكلات وخاصة تلك التي تمتاز بالتعقيد الشديد في ظروفها ومكوناتها وعواملها. ويؤدي استخدام هذه الأساليب في تحليل هذه المشكلات إلى الحلول المثالية لها وتحقيق نتائج فعالة في هذا المجال. وبفضل ذلك ونتيجة لانتشار الحواسيب في مختلف ميادين النشاط الاقتصادي للمجتمعات الحديثة، فقد لاقت أساليب بحوث العمليات، وخلال وقت قصير نسبياً، انتشاراً واسعاً في جميع المجالات التي تتطلب دراسة المشكلات والوصول إلى الحلول المثلى لها.

تعالج بحوث العمليات بشكل عام مسائل الاستخدام الأمثل للموارد المتاحة، ويقوم علم بحوث العمليات على ربط هذه الموارد بالاستخدامات المثلى من خلال صياغة نماذج رياضية واضحة ومحددة تعكس هذه العلاقات ضمن حالة معينة. ثم يقدم هذا العلم الطرق الرياضية المناسبة لتحليل النماذج الرياضية للمشكلات المختلفة وإيجاد الحلول المثلى لها.

ولقد تمت صياغة هذا المقرر ليساعدك على تعلم كل من هذين الجانبين: بناء النماذج الرياضية للمشكلات المختلفة، واستخدام الطرق الرياضية المناسبة لها والوصول إلى القرار الأمثل بصدها. وستجد فائدة كبيرة في هذا المقرر، حيث سيقدم لك بأسلوب رياضي منطقي وتحليلي، الخلفية الرياضية والمنهجية العلمية والعملية التي ستساعدك على تفهم عملية حل المشكلات واتخاذ القرارات المثلى بشأنها في الحالات والظروف المختلفة، حيث سيكون مطلوباً منك في المستقبل، عندما تمارس عملك، محلل أنظمة مؤهلاً، أن تستخدم هذه الأساليب بوصفها مكونات مهمة وضرورية في أنظمة المعلومات الإدارية التي تقوم بتصميمها وتطويرها. وبدون استخدام هذه الأساليب لن نتمكن من بناء أنظمة حاسوبية بمستوى متطور يتناسب مع متطلبات العمل في بيئة الأعمال الحديثة واحتياجاته.

أملين عزيزي الدارس، أن تجد في دراستك هذا المقرر الفائدة المرجوة. وأن تتفهم الأساليب المتنوعة الموجودة فيه بشكل فعال سواء دراستك للمقررات التالية أو حياتك العملية.

مع تمنياتنا لك بالتوفيق والنجاح، والله من وراء القصد.



- عزيزي الدارس بعد فراغك من دراسة هذا المنهج ينبغي أن تكون قادراً على
1. تبين دور بحوث العمليات وأهميتها كمنهج علمي في اتخاذ القرارات.
  2. استخدام بحوث العمليات في دراسة المشكلات وتحليلها.
  3. تبين متطلبات تطبيق نماذج بحوث العمليات والمشكلات المرافقة لعملية استخدام هذه النماذج وسبل معالجتها.
  4. صوغ المشكلات المختلفة بشكل نماذج رياضية وتجد الحلول المناسبة لها.
  5. استخدام نماذج بحوث العمليات وتستفيد منها عند تصميم أنظمة المعلومات الإدارية.



الصفحة	الموضوع	
10	1. المقدمة.....	النماذج الرياضية للبرمجة الخطية الوحدة الأولى
11	2. النموذج الرياضي للبرمجة الخطية .....	
33	3. خلاصة . .....	
34	4. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية الثانية .....	
35	5. إجابات التدريبات .....	
38	6. مسرد المصطلحات . .....	
39	7. المراجع.....	
44	1. المقدمة.....	تحليل الحساسية الوحدة الثانية
46	2. استخدام الطريقة العلمية في الإدارة .....	
51	3. التخطيط الرياضي والمستقيم .....	
55	4. خطوات الحل بأسلوب السمبلكس .....	
56	5. طريقة السمبلكس .....	
61	6. تعظيم الربح والشفافية وتقدير الحساسية.....	
65	7. تخفيض التكاليف .....	
70	8. الخلاصة.....	
73	9. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية الثالثة .....	
74	10. إجابات التدريبات.....	
76	11. مسرد المصطلحات.....	
80	12. المراجع.....	
84	1. المقدمة.....	نماذج النقل الوحدة الثالثة
85	2. نماذج النقل .....	
99	3. الخلاصة.....	
100	4. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية الرابعة .....	
101	5. إجابات التدريبات.....	
102	6. مسرد المصطلحات.....	
103	7. المراجع.....	

الصفحة	الموضوع	
108	1. المقدمة.....	الوحدة الرابعة نماذج التخصيص
110	2. نظرية التخصيص.....	
146	3. الخلاصة.....	
147	4. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية الخامسة.....	
148	5. إجابات التدريبات.....	
150	6. مسرد المصطلحات.....	
151	7. المراجع.....	
156	1. المقدمة.....	الوحدة الخامسة نظرية شبكات الأعمال
158	2. طريقة المسار الحرج.....	
174	3. طريقة تقييم ومراجعة المشروعات "بيرت".....	
188	4. الخلاصة.....	
189	5. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية السادسة.....	
190	6. إجابات التدريبات.....	
194	7. مسرد المصطلحات.....	
196	8. المراجع.....	
200	1. المقدمة.....	الوحدة السادسة نماذج اتخاذ القرار في ظل ظروف التأكد
201	2. نماذج اتخاذ القرار في ظل ظروف التأكد.....	
208	3. نظرية الترتيب.....	
214	4. الخلاصة.....	
215	5. إجابات التدريبات.....	
218	6. مسرد المصطلحات.....	
219	7. المراجع.....	

# الوحدة الأولى

1

النماذج الرياضية للبرمجة الخطية





## محتويات الوحدة

الصفحة	الموضوع
10	1. المقدمة .....
10	1.1 التمهيد .....
10	2.1 أهداف الوحدة .....
11	2. النموذج الرياضي للبرمجة الخطية .....
11	1.2 مجالات تطبيق البرمجة الخطية .....
12	2.2 خواص البرمجة الخطية في النموذج الرياضي .....
13	3.2 مثال : مشكلة تحقيق أقصى ربح .....
14	4.2 كتابة النموذج الخطي .....
15	5.2 النموذج الرياضي للمشكلة .....
16	6.2 حل البرنامج الخطي بيانياً .....
25	7.2 النقاط القصوى والحل الأمثل .....
27	8.2 مثال (2) : مشكلة تحقيق أدنى تكلفة .....
32	9.2 القيد المحكم والقيد غير المحكم .....
33	3. الخلاصة .....
34	4. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية الثانية .....
35	5. إجابات التدريبات . .....
38	6. مسرد المصطلحات . .....
39	7. المراجع . .....

## 1. البرمجة الخطية

### 1.1 التمهيد :

#### عزيزي الدارس،

مرحباً بك في الوحدة الأولى من مقرر بحوث العمليات، و تدرس فيها النموذج الرياضي للبرمجة الخطية ومجالاته وخواص البرمجة الخطية لتحقيق أقصى كمية أو تقليل كمية وكذلك معرفة وجود القيود وأهدافها وتوضيح نقاط الحلول الممكنة في الرسم البياني والنقاط القصوى والحل الأمثل لمعرفة مشكلة تحقيق أدنى تكلفة .

ومن خلال متابعتك -عزيزي الدارس- للأمثلة التطبيقية والبيانية المجاب عنها ستقف على معرفة مشكلة تحقيق أدنى تكلفة إلى جانب الحالات التطبيقية المجاب عنها في هذه الوحدة والتدريبات في نهاية هذه الوحدة وسرد المصطلحات العلمية. فنقول لك أهلاً بك في هذه الوحدة ونرجو أن تكون مستمتعاً بدراستها، وأن تستفيد منها في الرسوم البيانية والجبرية، وأن تشاركنا في النقد والتقييم.

### 2.1 أهداف الوحدة:

عزيزي الدارس، بعد فراغك من دراسة هذه الوحدة ينبغي أن تكون قادراً على أن:

1. تعرف أهم مجالات تطبيق البرمجة الخطية وخواصها .
2. تكون قادراً على كتابة النموذج الخطي وحل النموذج الرياضي للمشكلة .
3. تعرف النقاط القصوى والحل الأمثل .
4. تميز بين القيد المحكم وغير المحكم .

ظهر أسلوب البرمجة الخطية في القرن التاسع عشر 1873م. عندما قدم هذا الأسلوب من قبل العالم كوردن ، وطور هذا الأسلوب عام 1947م من قبل العالم ، دانتراك كطريقة مبسطة أسميت بطريقة السمبلكس وبهذا التطور عرفت البرمجة الخطية على أنها أحدهم فروع البرمجة الرياضية التي تنقسم الى فرعين هما البرمجة الخطية والبرمجة غير الخطية وهنا في هذا المقرر الذي بين أيدينا سنقوم بدراسة الفرع الأول فقط (البرمجة الخطية) أما الفرع الآخر (غير الخطية) فأنه خارج نطاق هذا المقرر .

إن اسلوب البرمجة الخطية يعد أحد أهم اساليب بحوث العمليات وأكثرها انتشاراً واستخداماً نظراً لبساطتها واسهامها الكبير في حل كثير من المشاكل الإدارية والإنتاجية كاسلوب علمي ومنهجي بعيداً عن الإجهادات والتخمينات والمحاولات والتجريب التي تؤدي الى هدر للوقت والجهد والمال.

إن كثير من المشاكل الإدارية والإنتاجية يتم حلها بأسلوب البرمجة الخطية وخصوصاً تلك المشاكل المتعلقة باستخدام الأمثل للموارد المحدودة المتاحة في ظل ظروف يسودها خيارات كثيرة للوفاء بالهدف المرغوب، وتحت قيود كثيرة يجب الالتزام بها. ومن أهم المشاكل التي تعالجها البرمجة الخطية مايلي:

- مشكلة المزيغ الانتاجي
- مشكلة المزيغ الغذائي
- مشكلة المزيغ الاعلاني والعلوم والتكنولوجيا
- مشكلة المزيغ التسويقي، وغيرها من المشاكل التي يكون فيها الهدف هو إما تحقيق أعلى الأرباح أو تحقيق أدنى التكاليف أي عندما نكون بشكل عام نسعى لحل هذه المشكلة لنصل الى حل أمثل من بين مجموعة من الحلول المتاحة بهدف إما تعظيم الربح أو تقليل التكلفة .

ومما تقدم يمكن تعريف البرمجة الخطية كما يلي:

## 4.1 تعريفات البرمجة الخطية :

يقصد بكلمة برمجة التخطيط (تخطيط المشكلة) ويقصد بكلمة خطية أن يكون هذا التخطيط نموذجاً رياضياً خطياً أي معادلات أو علاقات أو دوال رياضية خطية من الدرجة الأولى تمثل بخط مستقيم .

- البرمجة الخطية: هي طريقة أو أسلوب رياضي يساعد في الوصول الى الحل الأمثل.
- البرمجة الخطية أسلوب أو أداة أو طريقة تسهم في مساعدة المديرين على اتخاذ قرارات ادارية سليمة تتعلق بالإستخدامات المتاحة للموارد بهدف تحقيق أقصى ( أعلى - أكبر) عائد ممكن أو بهدف تحقيق أدنى (أقل ) تكلفة ممكنة.
- البرمجة الخطية : هي أسلوب علمي يهدف الى استخدام الموارد المتاحة المحدودة أفضل استخدام من أجل تحقيق هدف معين.

## 5.1 مجالات تطبيق البرمجة الخطية:

- أ- الصناعة: لوضع جدول إنتاج وسياسة مخزون لمقابلة الطلب مستقبلاً. الحالة المثلى أن يقابل كل من الجدول والسياسة والطلب ، وفي الوقت ذاته تخفض تكاليف الإنتاج والمخزون إلى أقصى حد ممكن .
- ب- التحليل المالي: حيث يحتاج المحلل المالي إلى اختيار سياسة استثمارية من بين عدة اختيارات، ويهدف المحلل هنا إلى اختيار السياسة التي تحقق أقصى عائد من الاستثمار.
- ج- التسويق: قد يحتاج مدير التسويق إلى معرفة ما هي أفضل طريقة لتوزيع ميزانية الإعلان بين أنواع وسائل الإعلان المختلفة ، مثل: الإذاعة والتلفزيون ، والصحف والمجلات ، ويهدف المدير هنا إلى تحديد المزيج الاعلاني الذي يحقق أعلى عائد من الإعلان.
- د- توزيع البضائع ونقلها: لدى شركة مستودعات في عدة مواقع في الجمهورية اليمنية ، ويقابل ذلك عدد من الزبائن الذين يطلبون بضائع تلك الشركة. وتهدف الشركة إلى معرفة كمية البضائع الواجب شحنها من كل مستودع إلى كل زبون بحيث تكون تكاليف النقل أقل ما يمكن .

هـ- قياس الكفاءة النسبية للوحدات الإدارية المتماثلة الأهداف :

كثيراً ما تحتاج الإدارة إلى مقارنة أداء فروع الشركة كما هو الحال في فروع البنك الواحد من حيث كفاءة الأداء، وقد تحتاج الدولة إلى قياس أداء المستشفيات أو المدارس، وذلك بهدف تشخيص أيها يستهلك مدخلات أكثر مما يحقق من مخرجات.

ومن ثم محاولة دراسة الأسباب ومعالجتها. ويتم ذلك عن طريق مقارنة مجموعة من مدخلات ومخرجات كل فرع بالنسبة لمجموع مدخلات ومخرجات وحدة وهمية تتكون مدخلاتها ومخرجاتها من مجموع مدخلات ومجموع مخرجات الفروع محل المقارنة. ويتم ذلك باستخدام البرمجة الخطية. هذه مجرد أمثلة قليلة للحالات التي تستخدم فيها البرمجة الخطية بنجاح ولكنها تعكس تعدد مجالات التطبيق .

### 6.1. المتطلبات والمستلزمات الأساسية لاستخدام أسلوب البرمجة الخطية:

- 1- وجود هدف مطلوب تحقيقه ، قد يكون الهدف هو تخفيض التكلفة وقد يكون الهدف هو تعظيم الربح.
- 2- وجود بدائل مختلفة للوصول الى الهدف.
- 3- الموارد المستخدمة يجب ان تكون محدودة .
- 4- وجود علاقة بين متغيرات المشكلة والتعبير عنها كدالة هدف ، وكقيود بصورة متباينة أو معادلات خطية.





## 2. صياغة البرمجة الخطية :

يقصد بصياغة البرمجة الخطية ترجمة المشكلة المدروسة من الجانب النظري اللفضي الى نموذج رياضي خطي (صيع رياضية بمتغيرات مختلفة) وقبل الشروع في عرض الصيع نتذكر معاً متطلبات أو مكونات البرمجة الخطية فيمايلي :

1- متغيرات المشكلة والتي يرمز لها بالرمز  $x_1, x_2, \dots, x_n$  أو  $x, y, z, \dots$

2- هدف المشكلة تمثل في كثير من المشاكل زيادة أو تعظيم الانتاجية والارباح أو تقليل

أو تصغير التكاليف ويعبر عن هذا الهدف رياضياً بدالة الهدف ويرمز لها بالرمز  $Z$

3- القيود الهيكلية وتتمثل بالقيود التي يجب الالتزام بها في استخدامنا للموارد المتاحة

لتحقيق الهدف يعبر عنه رياضياً بشكل متباينتان غالباً ما تكون  $(\leq, \geq)$  أو قد تكون معادلة خطية  $(=)$

ويكون القيد  $\geq$  أكبر من أو يساوي عندما تكون دالة الهدف نهاية صغرى ويكون القيد  $\leq$  أقل من أو يساوي عندما تكون دالة الهدف نهاية عظمى ويكون القيد  $=$  معادلة في الحالتين لنعدام الهدف.

4 - القيود اللاسالبية والتي تعني ان جميع متغيرات المشكلة غير سالبة وتكتب على الصورة  $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$

وفيما يلي نورد الصيغة العامة للبرمجة الخطية ثم الصيغة القانونية لها وأخيراً الصيغة القياسية لها.

### 1.2 الصيغة العامة :

دالة الهدف:  $Max\ z\ or\ Min\ z = \sum_{i=1}^n C_i X_i$

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \begin{cases} \leq & , i = 1, 2, \dots, n \\ \geq bi & , j = 1, 2, \dots, m \\ = \end{cases}$$

تحت القيود :

حيث أن  $Z$  ترمز لدالة الهدف ،  $Max\ Z$  تعني تعظيم دالة الهدف

،  $Min\ Z$  تعني تصغير دالة الهدف

$C_i$  تمثل التكاليف أو الربح أو الزمن أو الإيرادات للوحدة الواحدة  
 $x_i$  تسمى متغيرات القرار.  
 $a_{ij}$  تسمى بالمعاملات الفنية .  
 $b_j$  تعني الموارد المحدودة (الكميات المتاحة للاستخدام)  
 $\sum$  هو رمز للمجموع ( يقرأ سجما )

## 2.2 الصيغة القانونية :

### 1.2.2 الصيغة القانونية في حالة تعظيم دالة الهدف:

$$Max \ z = \sum_{i=1}^n c_i \ x_i$$

دالة الهدف

Subject to:

تحت القيود :

$$\sum_{j=1}^n a_{ji} \ x_i \leq b_j$$

تسمى بالقيود الهيكلية

$$, x_i \geq 0$$

تسمى بالقيود الأسالبية

ملاحظة: يظهر في هذه الصيغة أن دالة الهدف هي دالة تعظيم أو تكبير  $Max \ Z$

وأن جميع القيود الهيكلية تأخذ الإشارة  $\leq$  (أقل من أو تساوي)  
 وظهور القيود اللاسالبية والتي تعني أن جميع متغيرات القرار  $(x_i)$  دائماً تكون غير سالبة  
 أي  $x_i \geq 0$  .

### 2.2.2 الصيغة القانونية في حالة تصغير أو تدنية دالة الهدف

$$\text{دالة الهدف: } \min Z = \sum_{i=1}^n C_i X_i$$

تحت القيود: Subject to:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \geq b_j \quad \text{القيود الهيكلية:}$$

$$x_i \geq 0 \quad \text{القيود اللاسالبية}$$

دالة الهدف تصغير:  $\min Z$

القيود الهيكلية  $\geq$  (أكبر من أو تساوي):

$$x_i \geq 0 \quad \text{القيود اللاسالبية:}$$

### 2.3 الصيغة القياسية :

في هذه الصيغة تكون دالة الهدف إما تكبير أو تصغير وتكون جميع القيود الهيكلية معادلة وليست متباينة أي تحول العلامة إلى =  
وتكون القيود اللاسالبية كما هي دائماً  $x_i \geq 0$   
ويجب أن تكون  $b_j$  في الطرف الآخر للقيود غير سالبة ويكون الطرف الأيسر للقيود مضافاً إليها متغير جديد  $s_j$  تسمى متغيرات راکدة

$$\text{مثال يوضح الصيغة القياسية: } \max Z = \sum_{i=1}^n C_i X_i$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_i + s_j = b_j$$

$$x_i \geq 0$$

وفي حالة أن دالة الهدف تصغير أي عندما

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n C_i X_i$$

$$s, t \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i - s_j = b_j$$

$$, x_i \geq 0$$

حيث  $S_j$  متغير راكم وهي متغيرات وهمية غير سالبة أي  $S_j \geq 0$ ,

## 2.4 تحويل الصيغة العامة الى الصيغة القانونية:

- يتم تحويل  $\text{Min } Z$  الى  $\text{Max } Z$  والعكس بضرب  $Z$  في سالب واحد .

$$\Rightarrow \text{Max } Z = \text{Min } Z (-1)$$

- يمكن تحويل القيد أكبر من أو يساوي  $\geq$  إلى أصغر من أو يساوي  $\leq$  بضرب القيد في (-1)

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \geq b_j \rightarrow -\sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \leq -b_j$$

- يمكن تحويل القيد = إلى قيدين من النوع  $\leq$  كما يلي:

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} x_i = b_j \rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \leq b_j \\ -\sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \leq -b_j \end{cases}$$

مما تقدم يمكن تلخيص صيغتي التعظيم والتدنية كما يلي :

أولاً نموذج تعظيم الارباح أو زيادة الانتاجية:

الشكل العام للنموذج:

$$\text{Max } Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad \text{دالة الهدف}$$

حيث  $c_1, c_2, \dots, c_n$  مقادير ثابتة (تكاليف - أرباح ، ...)

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \end{array} \right\} \text{ القيود الهيكلية}$$

حيث  $b_1, b_2, \dots, b_m$  مقادير ثابتة (الموارد المتاحة)

المعاملات الفنية  $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}$

$$\left. x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \right\} \text{ القيود اللاسالبية}$$

ملاحظة: الدالة (دالة الهدف) نهاية عظمى هذا يعني أن القيود الهيكلية متباينات = اشارتها  $\leq$  اقل من أو تساوي.

ثانياً تصغير أو تقليل التكاليف:

الشكل العام للنموذج: دالة الهدف:  $Min \ Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

حيث  $c_1, c_2, \dots, c_n$  مقادير ثابتة

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m \end{array} \right\} \text{ القيود الهيكلية}$$

حيث أن  $b_1, b_2$  مقادير ثابتة

$$\left. x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \right\} \text{ القيود اللاسالبية}$$

ملاحظة: الدالة (دالة الهدف) نهاية صغرى هذا يعني أن القيود الهيكلية متباينات اشارتها  $\geq$  أكبر من أو تساوي.



مصنع جلود يرغب في إنتاج نوعين من حقائب اليد النسائية حقيبة عادية و حقيبة ممتازة ،  
بسعر منافس للأنواع المماثلة في السوق وبعد دراسة جيدة لمراحل إنتاج هذه الحقائب اتضح أن  
إنتاج الحقيبة الواحدة من كل نوع يتطلب المراحل الآتية :

الفحص	التشطيب	الخياطة	القص والصبغ	
1/10	1	1/2	7/10	حقيبة عادية
1/4	2/3	5/6	1	حقيبة ممتازة
135	708	600	630	الطاقة المتوفرة

وكان الوقت اللازم لإنتاج كل نوع في كل مرحلة والطاقة المتاحة المتوفرة بالساعة موضحة  
كما في الجدول السابق وبعد الدراسة قررت إدارة المصنع سعر البيع بحيث تربح الحقيبة  
العادية 10 ريال وتربح الحقيبة الممتازة 9 ريال.

**الحل :**

نلاحظ من الصياغة النظرية للمشكلة في المثال مايلي:

- المصنع يريد انتاج نوعين من الحقائب ( عادية ، ممتاز )  
إذا المشكلة هنا هي مشكلة مزيج انتاجي من الحقائب العادية والممتازة ونريد اتخاذ قراراً  
سليماً حول كم ننتج من الحقائب العادية وكم ننتج من الحقائب الممتازة ؟ أي أن متغيرات  
القرار هنا هي الحقائب العادية والحقائب الممتازة ونرمز لها بالرمز  $x_1, x_2$  على الترتيب

$$\Rightarrow x_i = x_1, x_2$$

- المصنع يريد أن ينتج من  $x_1$  بحيث يربح بعد الوحدة الواحدة منه 10 ريال  
ويريد أن ينتج من  $x_2$  بحيث يربح بعد الوحدة الواحدة منه 9 ريال  
هذا يعني أن المصنع يهدف الى أعلى ربح ممكن أي أن دالة الهدف ستكون هي تعظيم الأرباح  
إذا دالة الهدف  $\text{Max } z$

وأن الأرباح هي:

$$c_i = c_1, c_2 \Rightarrow c_i = 10, 9$$

- إذاً يمكن صياغة دالة الهدف كما يلي:

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^n C_i X_i \Rightarrow \text{Max } Z = \sum_{i=1}^2 C_i X_i$$

$$\Rightarrow \text{Max } Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 \Rightarrow \text{Max } Z = 10X_1 + 9X_2$$

- تلاحظ أن انتاج المزيغ من  $X_1, X_2$  بهدف الوصول الى أعلى ربح ممكن مقيد بما يلي:

1- انتاج الوحدة الواحدة من  $X_1$  تحتاج الى  $\frac{7}{10}$  ساعة في مرحلة الفحص والصبغ وانتاج الوحدة الواحدة من  $X_2$  تحتاج الى 1 ساعة في نفس المرحلة وأن الطاقة الزمنية الإجمالية في هذه المرحلة لا تزيد عن 630 ساعة.

وهذا يعني أن انتاج  $X_1, X_2$  في هذه المرحلة تكون كما يلي:  
هذا هو القيد الأول ( قيد الفحص والصبغ)  $\frac{7}{10}x_1 + x_2 \leq 630$

2- انتاج الوحدة الواحدة من  $X_1$  تحتاج إلى  $\frac{1}{2}$  ساعة في مرحلة الخياطة وانتاج الوحدة الواحدة من  $X_2$  تحتاج إلى  $\frac{5}{6}$  ساعة في نفس المرحلة وأن الطاقة الزمنية الإجمالية في هذه المرحلة لا تزيد عن 600 ساعة وهذا يعني ان انتاج المزيغ من  $X_1, X_2$  في هذه المرحلة يكون كما يلي:

$$\text{وهذا هو القيد الثاني ( قيد الخياطة) } \frac{1}{2}x_1 + \frac{5}{6}x_2 \leq 600$$

وهكذا باقي المراحل قيودها كما يلي:

$$3 - \text{ القيد الثالث ( قيد التشطيب) } 1x_1 + \frac{2}{3}x_2 \leq 708$$

$$\text{القيد الرابع (قيد الفحص)} \quad -4 \quad \frac{1}{10}x_1 + \frac{1}{4}x_2 \leq 135$$

بهذا نكون قد صغنا مشكلة المثال صياغة برمجة خطية عامة نلخصها كما يلي:

$$\text{دالة الهدف} \quad \text{Max} Z = 10X_1 + 9X_2$$

S.t:

تحت القيود

$$\frac{7}{10}x_1 + x_2 \leq 630$$

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{5}{6}x_2 \leq 600$$

$$1x_1 + \frac{2}{3}x_2 \leq 708$$

$$\frac{1}{10}x_1 + \frac{1}{4}x_2 \leq 135$$

القيود الهيكلية

$$x_1, x_2 \geq 0$$

ثم نضيف القيود اللا سالبية

جامعة العلوم والتكنولوجيا

### 3. حل البرمجة الخطية :

هناك أكثر من طريقة لحل البرنامج الخطي أهمها :

أ- الحل بيانياً.

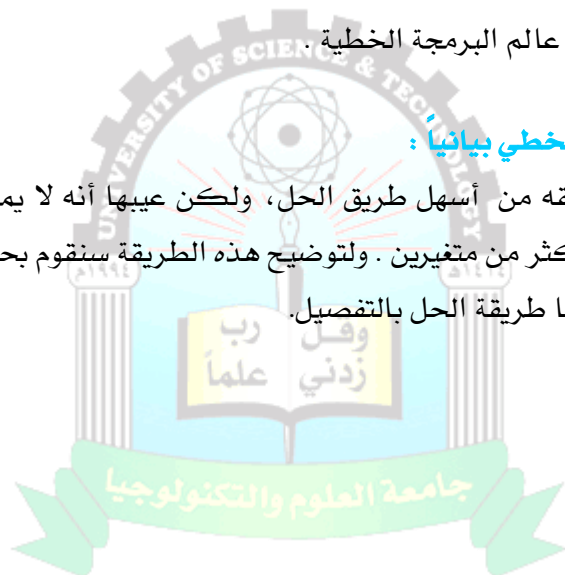
ب- الحل جبرياً بطريقة السمبلكس .

ج- طريقة كار ماركر karmarkar .

وسنناقش الطريقة الأولى بالتفصيل فيما يأتي على أن نخصص الوحدة الثانية للحل بطريقة السمبلكس، ولن نتعرض لطريقة karmarkar لحداثها نسبياً على الرغم من أنها لا تعد فتحاً جديداً في عالم البرمجة الخطية.

### 1.3 حل البرنامج الخطي بيانياً :

تعد هذه الطريقة من أسهل طرق الحل، ولكن عيبها أنه لا يمكن استخدامها لحل مشكلات تتضمن أكثر من متغيرين . ولتوضيح هذه الطريقة سنقوم بحل المثال السابق رقم (1) موضحين فيها طريقة الحل بالتفصيل.



## مثال (2) لمشكلة أو نموذج تحقيق أقصى ربح:

مصنع جلود يرغب في إنتاج نوعين من حقائب اليد النسائية حقيبة عادية و حقيبة ممتازة،  
بسعر منافس للأنواع المماثلة في السوق وبعد دراسة جيدة لمراحل إنتاج هذه الحقائب اتضح أن  
إنتاج الحقيبة الواحدة من كل نوع يتطلب المراحل الآتية :

الفحص	التشطيب	الخياطة	القص والصبغ	
1/10	1	1/2	7/10	حقيبة عادية
1/4	2/3	5/6	1	حقيبة ممتازة
135	708	600	630	الطاقة المتوفرة

وكان الوقت اللازم لإنتاج كل نوع في كل مرحلة والطاقة المتاحة المتوفرة بالساعة موضحة  
كما في الجدول السابق وبعد الدراسة قررت إدارة المصنع سعر البيع بحيث تربح الحقيبة  
العادية 10 ريال وتربح الحقيبة الممتازة 9 ريال.

## الحل:

خطوات الحل:

- الخطوة الأولى : تحديد المتغيرات وصياغة النموذج
- نحن أمام مشكلة هدفها تعظيم الربح وعليه فإن:
- 1- متغيرات المشكلة هي :

$$X_1 = \text{عدد الحقائب العادية}$$

$$X_2 = \text{عدد الحقائب الممتازة}$$

وأن ربح المصنع سيأتي من مصدرين هما :



ربح انتاج  $x_1$  من الحقائق العادية  $= 10x_1$  (الكمية المنتجة من  $x_1$  مضروبة في ربح الوحدة الواحدة من  $x_1$ )  
 ربح انتاج  $x_2$  من الحقائق الممتازة  $= 9x_2$  (الكمية المنتجة من  $x_2$  مضروبة في ربح الوحدة الواحدة من  $x_2$ )  
 وعليه يكون الربح الكلي من انتاج  $x_1, x_2$  هو مجموع ربح  $x_1, x_2$  ونرمز له بالرمز  $Z$ .  
 أي أن  $Z$  (مجموع ربح انتاج  $x_1, x_2$ )  
 وهي دالة الهدف  
 إذا  $Z = 10x_1 + 9x_2$

2- دالة الهدف : تكتب كما يلي :  $Max \ Z = 10x_1 + 9x_2$  حيث أننا نسعى دائماً الى تعظيم الربح .

3- القيود الهيكلية:

حيث إن الوقت المتوافر للإنتاج محدود ، وكل حقيبة تمر بأربع مراحل إنتاجية إذن نتوقع وجود أربعة قيود تحدد عدد الحقائق الممكن إنتاجها .  
 إذا القيود ستكتب كما يلي:

- قيد القص والصباغة :

نلاحظ من بيانات الإنتاج أن كل حقيبة عادية تحتاج إلى  $\frac{7}{10}$  ساعة وكل حقيبة ممتازة تحتاج الى (1) ساعة بطاقة قصوى (متاحة) هي 630 ساعة .

إذا القيد الأول ( قيد الوقت اللازم للقص والصباغة هو :  $\frac{7}{10}x_1 + x_2 \leq 630$   
 وهكذا يتم كتابة باقي القيود ونلخصها كما يلي:

القيود الهيكلية	{	$\frac{7}{10}x_1 + x_2 \leq 630$	قيد الوقت اللازم للقص والصباغة :
		$\frac{1}{2}x_1 + \frac{5}{6}x_2 \leq 600$	قيد الخياطة :
		$x_1 + \frac{2}{3}x_2 \leq 708$	قيد التشطيب :
		$\frac{1}{10}x_1 + \frac{1}{4}x_2 \leq 135$	

قيد التغليف:

حيث  $x_1, x_2 \geq 0$  القيود اللاسالية

4- صياغة النموذج : ( تلخيص للفترتين السابقتين 2،3)

يمكن تلخيص النموذج الرياضي كما يلي: دالة الهدف  $Max \quad Z = 10x_1 + 9x_2$   
بشرط أن:  
s.t:

$$\frac{7}{10}x_1 + x_2 \leq 630$$

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{5}{6}x_2 \leq 600$$

$$x_1 + \frac{2}{3}x_2 \leq 708$$

$$\frac{1}{10}x_1 + \frac{1}{4}x_2 \leq 135$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



الخطوة الثانية:

هي حل هذا النموذج وهذا يعني إيجاد قيم  $x_1, x_2$  (الربح الانتاجي) التي تجعل قيمة  $Z$  أكبر مايمكن تحت القيود السابقة.

ومن اجل ذلك يتم حل هذا النموذج بأكثر من طريقة ومن اهم هذه الطرق مايلي:  
أ- الحل بيانياً.

ب- الحل بطريقة السمبلكس .

ج- طريقة كار ماركر karmarkar ( خارج نطاق هذا الكتاب )

سنكتفي باستخدام الطريقة (أ) في هذه الوحدة والطريقة (ب) في الوحدة الثانية .

## حل البرنامج الخطي بيانياً:

(لاتصلح هذه الطريقة إلا في حالة وجود متغيرين للمشكلة فقط)، وتكون خطوات الحل كما يلي:

- نرسم القيد الأول:

$$\frac{7}{10}x_1 + x_2 = 630 \text{ تحويل القيد الأول من متباينة الى معادله كما يلي}$$

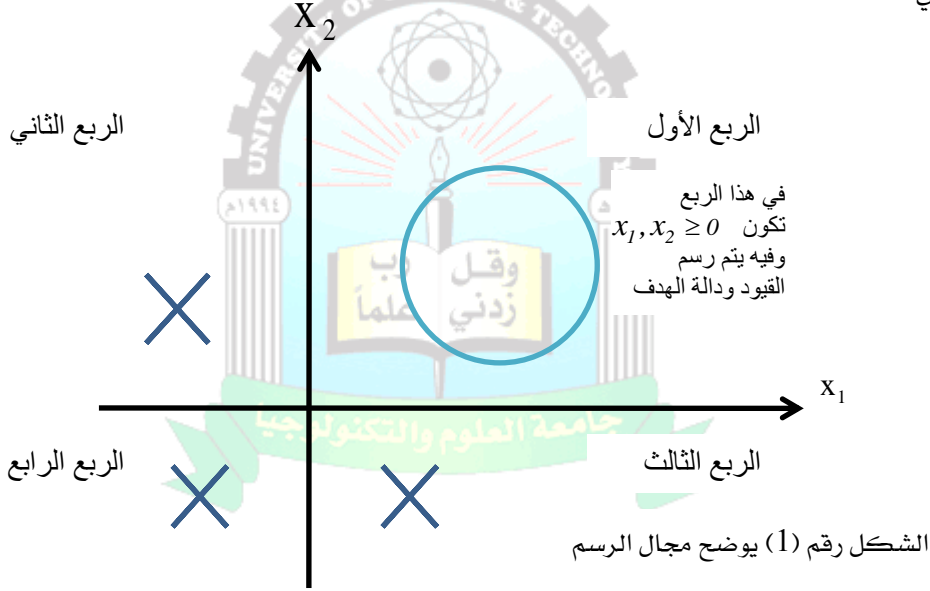
يتم رسم هذه المعادلة على مستوى ثنائي الأبعاد  $x_1, x_2$  بحيث يمثل  $x_1$  المحور الأفقي،  $x_2$  تمثل المحور الرأسى كما في الشكل المقابل رقم واحد .

وحيث القيود اللاسالبية  $x_1, x_2 \geq 0$

فهي تفيد أن الرسم على الربع الموجب كما في الشكل رقم (1):

ومن أجل رسم المعادلة السابقة نجد أنها معادلة من الدرجة الأولى يكفي لرسمها معرفة نقطتين فقط

وهما نقطة تقاطع خط المعادلة مع المحور  $x_1$  وهي  $(0, x_2)$  ونقطة تقاطع خط المعادلة مع المحور وهي  $(x_1, 0)$  وهي



الشكل رقم (1) يوضح مجال الرسم

من أجل رسم هذا القيد نكون الجدول التالي الذي يظهر قيم  $x_1, x_2$  وبفرض أن  $x_1 = 0$

$$\frac{7}{10}(0) + x_2 = 630 \text{ نعوض بهذه القيمة في القيد الأول فتكون معادلة القيد الأول هي:}$$

$$\Rightarrow x_2 = 630$$

وتوضع هذه القيمة في الجدول مقابل  $x_2$

ثم نفرض أن  $x_2 =$

فنعوض في المعادلة كما يلي:

$$+ x_1 + \frac{7}{10} (0) = 630$$

$$x_1 \frac{7}{10} \Rightarrow = 630$$

$$\Rightarrow x_1 = 630 \times \frac{10}{7}$$

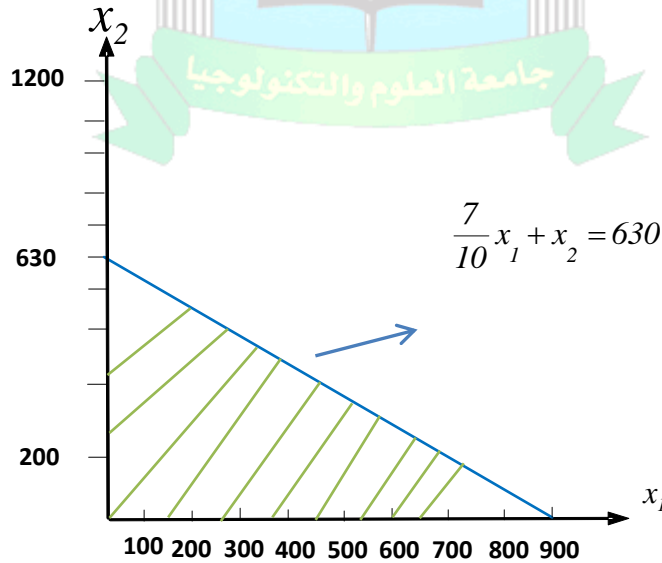
$$\Rightarrow x_1 = 900$$

ثم نوضح في الجدول مقابل  $x_1$  بعد استكمال الجدول بالقيم نقوم برسم معادلة القيد الأول كما في الشكل رقم (2).

$x_1$	0	900
$x_2$	630	0

ثم نضلل المنطقة التي تمثل القيد كمتباينة  $\frac{7}{10}x_1 + x_2 \leq 630$

(أي هي النقاط الواقعة على الخط والنقاط الأقل منها)



شكل رقم (2) يوضح رسم القيد الأول

من أجل رسم هذا القيد نكون الجدول التالي الذي يظهر قيم  $x_1$  ،  $x_2$  وبفرض أن  $x_1 = 0$  نعوض بهذه القيمة في القيد الأول فتكون معادلة القيد الأول هي :  $\frac{7}{10}(0) + x_2 = 630$

$$\Rightarrow x_2 = 630$$

وتوضع هذه القيمة في الجدول مقابل  $x_2$

ثم نفرض أن  $x_2 = 0$

فنعوض في المعادلة كما يلي:

$$+ x_1 + \frac{7}{10}(0) = 630$$

$$x_1 \frac{7}{10} \Rightarrow = 630$$

$$\Rightarrow x_1 = 630 \times \frac{10}{7}$$

$$\Rightarrow x_1 = 900$$

ثم نوضح في الجدول مقابل  $x_1$  بعد استكمال الجدول بالقيم نقوم برسم معادلة القيد الأول كما في الشكل رقم (2).  
( والنقاط الأقل منها )

(لاحظ من الرسم أن الشكل الذي يمثل المعادلة  $\frac{7}{10} x_1 + x_2 = 630$  هو الخط المستقيم

فقط وأن الشكل الذي يمثل المتباينة  $\frac{7}{10} x_1 + x_2 \leq 630$  هو الخط المستقيم والمنطقة والتي تقع تحت هذا الخط ( المنطقة المضللة ).

أي أن نقاط حل هذه المتباينة (القيد الأول) هن جميع النقاط في هذه المنطقة.

وهكذا يتم رسم القيد الثاني والثالث والرابع بنفس الطريقة

$$\text{رسم القيد الثاني : } x_2 \leq 600 \frac{5}{6} x_1 + \frac{1}{2}$$

بنفس الطريقة التي رسم بها القيد الأول فتكون نقاط رسم القيد الثاني كما في الجدول

إذاً نقاط رسم القيد الثاني كما في الجدول التالي:

$x_1$	0	1200
-------	---	------

$x_2$	720	0
-------	-----	---

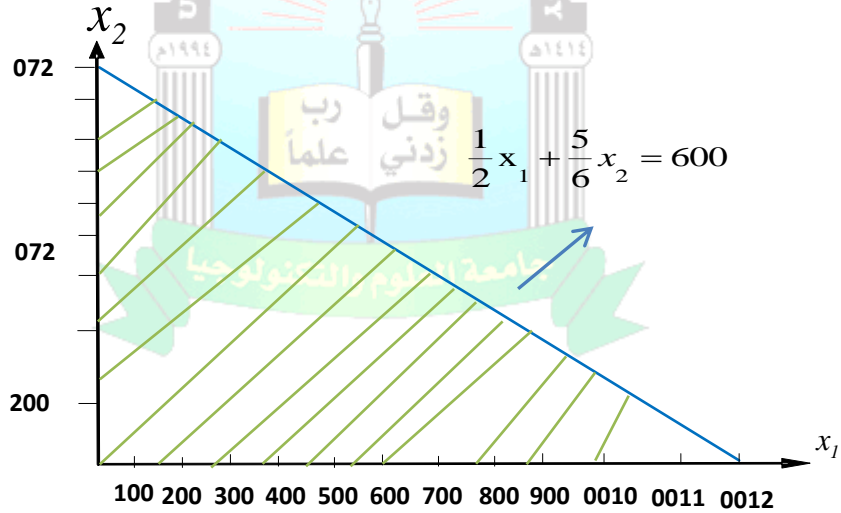
بفرض  $x_1 = 0$  إذاً:  $x_2 \frac{5}{6} \leq 600$  إذاً:  $\frac{1}{2}(0) + x_2 \frac{5}{6} \leq 600$  إذاً:  $x_2 = 600 \times \frac{6}{5}$

إذاً:  $x_2 = 720$  ، بفرض  $x_2 = 0$  إذاً:  $\frac{1}{2}(x_1) + (0) \frac{5}{6} = 600$

إذاً:  $x_1 = 600 \frac{1}{2}$

إذاً:  $x_1 = 600$

ثم نرسم القيد كمعادلة ثم نضلل الرسم كمتباينة كما عملنا في رسم القيد الأول الشكل رقم (3) يوضح ذلك .



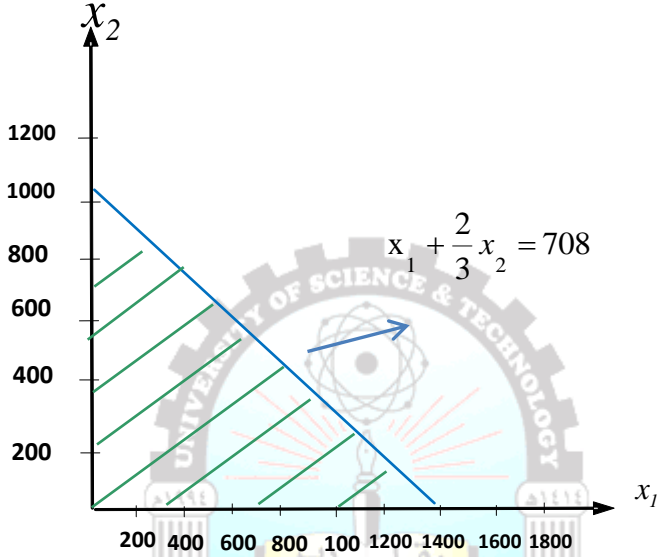
شكل رقم (3) يوضح رسم القيد الثاني

وبنفس الطريقة يكون رسم القيد الثالث والرابع حيث ستكون نقاط رسم القيد الثالث كما في

$$\text{الجدول التالي: } x_1 + \frac{2}{3}x_2 = 708$$

$x_1$	0	708
$x_2$	1062	0

ثم نرسمه بنفس الطريقة السابقة الشكل رقم (4) يوضح ذلك



الشكل رقم (4) يوضح رسم القيد الثالث

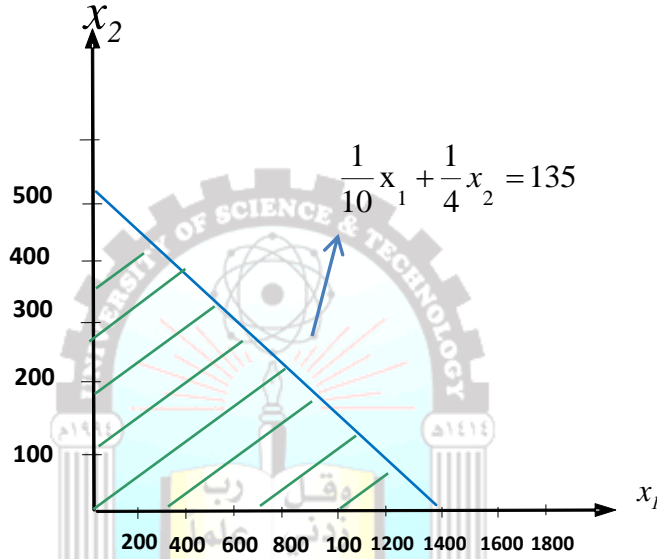
ونقاط القيد الرابع كما في الجدول التالي:

$$\frac{1}{10}x_1 + \frac{1}{4}x_2 = 135$$

$x_1$	0	1350
$x_2$	540	0

ثم نرسمه بنفس الطريقة السابقة

فيما سبق قمنا برسم كل قيد على حده وذلك فقط لتوضيح كيفية الرسم ولكن من اجل حل النموذج يتم رسم جميع القيود في شكل بياني واحد باستخدام نقاط كل قيد كما في الشكل التالي الذي يوضح منطقة الحلول الممكنة والحلول الاساسية والحل الامثل.



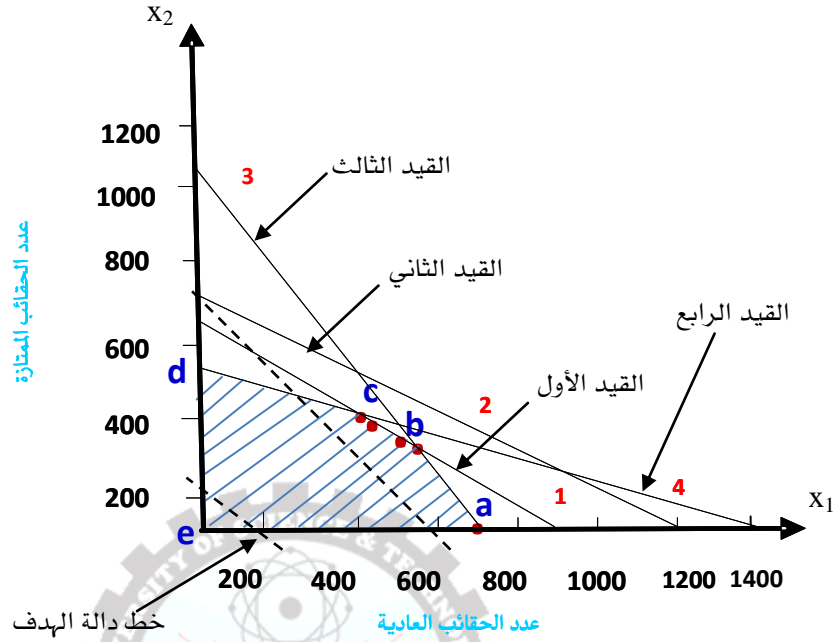
الشكل رقم (5) يوضح رسم القيد الرابع

ملاحظة : جميع الخطوط مضلل ما تحتها وما ظهر على الرسم فقط هو التظليل المشترك الموضح في الرسم والمحدد بالنقاط a b c d e ( منطقة التظليل المشتركة ) وهي هدفنا في حل البياني .

نلاحظ من الشكل رقم (6) مايلي:

- 1 - المنطقة المظلمة a b c d e هي منطقة الحلول الممكنة وهي منطقة مشتركة من تظليل كل قيد أي أن كل نقطة في هذه المنطقة تعطي حل ممكن لهذه المشكلة
- 2- النقاط الطرفية في هذه المنطقة a b c d e تسمى نقاط الحل الأساسي.
- 3- إحدى نقاط الحل الأساسي تمثل نقطة الحل الأمثل وهذا هو ما نهدف إليه.





الشكل رقم (6) يوضح رسم القيود ودالة الهدف

نقاط القيد الأول والثاني والثالث والرابع كما هي موضحة في الجداول المقابلة

$$\frac{7}{10} X_1 + X_2 \leq 630$$

$X_1$	0	900
$X_2$	630	0

$$X_2 \leq 650 \frac{5}{6} X_1 + \frac{1}{2}$$

$X_1$	0	1200
$X_2$	720	0

$$X_2 \leq 703 \frac{2}{3} X_1 +$$

$X_1$	0	703
$X_2$	1062	0

$$x_2 \leq 135 \frac{1}{4} x_1 + \frac{1}{10}$$

$x_1$	0	1350
$x_2$	540	0

$$400 = 10x_1 + 9x_2 \text{ دالة الهدف}$$

$x_1$	0	180
$x_2$	200	0

ستقوم هنا برسم القيود والأربعة على شكل واحد فقط ومن أجل تدرج المحور  $x_1$  نلاحظ أن أعلى قيمة يأخذها  $x_1$  هي 1350 وعليه يمكن تقسيم المحور الأفقي  $x_1$  بأن نبدأ التقسيم من القيمة 200 إلى أن تصل إلى أعلى قيمة 1400 كما هي واضحة في الشكل رقم (6) ومن أجل تدرج المحور  $x_2$  فإن نبدأ التقسيم من القيمة 200 إلى أن نصل إلى أعلى قيمة 1400 كما هي واضحة في الشكل رقم (6) ومن أجل تدرج المحور  $x_2$  فإن أعلى قيمة لـ  $x_2$  هي 1068 إذاً يمكن البدء بالتدرج بنفس القيمة 200 حتى القيمة 1200 كما هو واضح في تقسيم الشكل .

الخطوة التالية هي توضيح نقاط كل قيد على الشكل (رسم خط معادلة القيد وتضليل متباينة) لاحظ من الرسم والتضليل أن هناك منطقة مشتركة في التضليل وهي المنطقة المحددة بالنقاط a b c d وهي منطقة الحل المشترك لجميع القيود الأربعة.

كيف تصل نقطة الحل الأمثل من بين خمس نقاط حل أساسي a b c d e

للولصول الى نقطة الحل الامثل من بين نقاط الحلول الاساسية (a b c d e) فإنه يجب علينا معرفة إحداثيات كل نقطة من هذه النقاط ثم نعوض بها في دالة الهدف فإذا كانت إحداثيات هذه النقطة تعطي اكبر قيمة لدالة الهدف (Z) فإن إحداثيات هذه النقطة تمثل الحل الامثل لهذه المشكله

فمثلاً إحداثيات النقطة a هي  $(x_1, x_2) = (708, 0)$  واضحة من خلال الرسم

وأن إحداثيات النقطة e هي  $(x_1, x_2) = (0, 0)$  واضحة من خلال الرسم

وكذلك احداثيات النقطة d هي  $(x_1, x_2) = (0, 540)$  واضحة من خلال الرسم

أما بالنسبة لأحداثيات النقطة b، c، فقد تكون واضحة من خلال الرسم إذا ما كان الرسم دقيقاً لدرجة

كبيرة، بعد تحديد هذه الاحداثيات لكل نقطة بواسطة الرسم يتم التعويض عنها في دالة الهدف

- احداثيات النقطة a هي  $x_1 = 708$  ،  $x_2 = 0$  فتكون دالة الهدف هي  $Z = 10(708) + 9(0)$   
 $\Rightarrow Z = 7080$  إذاً احداثيات النقطة a اعطت قيمة لدالة الهدف هي 7080

- أما احداثيات النقطة e هي  $x_1 = 0$  ،  $x_2 = 0$   $\therefore Z = 10(0) + 9(0)$   
 $Z = 0$   $\therefore$

- أما احداثيات النقطة d هي  $x_1 = 0$  ،  $x_2 = 540$  تكون  $Z = 10(0) + 9(540) = 4860$

- أما احداثيات النقطة b هي  $x_1 = 540$  ،  $x_2 = 252$  تكون

$$Z = 10(540) + 9(252) = 5400 + 2268 = 7668$$

أما احداثيات النقطة c هي  $x_1 = 300$  ،  $x_2 = 420$  (حددناها من خلال الرسم طالما كان الرسم دقيق)

$$Z = 10(300) + 9(400) = 6780 \text{ تكون}$$

وعليه فإن النقطة التي احداثياتها اعطت اكبر قيمة لدالة الهدف Z هي نقطة الحل الامثل وعليه فإن أعلى قيمة لـ Z هي 7668 التي تعطيها النقطة b

إذاً b هي نقطة الحل الامثل

هذا يعني أن الحل الامثل هو انتاج  $x_1 = 540$  حقيبة عادية وانتاج  $x_2 = 252$  حقيبة ممتازة من اجل الحصول على أعلى ربح يبلغ 7668

طريقة اخرى لتحديد نقطة الحل الامثل وذلك باستخدام خط دالة الهدف أي يرسم دالة الهدف كما يلي :  
 نفرض أن الربح 1800 ريال فتكون دالة الربح (الهدف):

$$\Rightarrow Z = 1800$$

$$\Rightarrow 1800 = 10x_1 + 9x_2$$

هذا الفرض هو حاصل ضرب أمثال  $x_1, x_2$  في دالة الهدف  $10(9)10$  أو  $20(9)10$

طريقتين أن يرسم خط دالة الهدف بداخل منطقة الحلول المشتركة، ثم نقوم برسم

معادلة دالة الهدف بنفس الطريقة التي تم بها رسم معادلة القيود وعليه فإن الجدول التالي يوضح نقاط خط دالة الهدف كما يلي:

ثم نرسم هذه المعادلة كما في الشكل:

$x_1$	0	1800
-------	---	------

	200	0
--	-----	---

$x_2$

ثم نقوم بتوقيع هذه النقاط على الشكل السابق رقم (6) فنحصل على خط دالة الهدف الموضح في الرسم الشكل الجديد رقم (7) التالي والذي يمثل رسم القيود وخط دالة الهدف (خط دالة الهدف على الرسم هو الخط المتقطع) .

بتحريك خط دالة الهدف بشكل متوازي باتجاه نقطة الأصل (e) فإن أبعد نقط من نقاط الحل الأساسية يلامسها هذا الخط تكون هي نقطة الحل الأمثل ومن الرسم نلاحظ أن أبعد نقطة يلامسها خط دالة الهدف هي النقطة b، إذاً b هي نقطة الحل الأمثل ومن الرسم توجد إحداثياتها وسبق وإن حددت بـ:  $x_1 = 540$ ،  $x_2 = 252$  التي عندها تكون قيمة دالة الهدف أعلى ما يمكن :  $Z = 7668$ .

إذاً: الحل الأمثل هو  $x_1 = 540$ ،  $x_2 = 252$ ،  $Z = 7668$ .

غالباً ما يكون رسم القيود ودالة الهدف غير دقيق (تقريبي) وهذا يؤدي إلى صعوبة في تحديد إحداثيات نقاط الحل الأساسي كتحديد إحداثيات النقطة b، c في مثالنا السابق في هذه الحالة دائماً ما نلجأ إلى إيجاد الإحداثيات جبرياً أي باستخدام الطرق الجبرية التي تعلمناها في دراستنا لمرحلة الإعدادية والثانوية من هذه الطرق طريقة الحذف وطريقة التعويض والمحددات وهي طرق حل معادلة خطية.

سنلجئ هنا لأحد هذه الطرق في إيجاد إحداثيات النقطة b، c كما يلي:

لاحظ النقطة b هي نقطة تقاطع خط القيد الثالث وخط القيد الأول.

إذاً بحل معادلتَي القيد الأول والثالث جبرياً باستخدام طريقة الحذف يكون الحل كما

يلي:

خط القيد الأول هي:  $x_1 + x_2 = 630$   $\frac{7}{10}$  نوجد مثال  $x_1$ ،  $x_2$  .

خط القيد الثالث هي:  $x_2 = 708 \frac{2}{3} x_1 +$

إذاً: نوجد أمثال  $x_1$ ، وذلك بضرب المعادلة الأولى بـ  $\frac{10}{7}$  فتصبح:  $x_2 = \frac{16}{7} x_1 + \frac{6300}{7}$

وبطرحها من المعادلة الثانية :  $x_2 = 708 \frac{2}{3} x_1 +$

(ملاحظة: الحل الأمثل هو أحد نقاط منطقة الحلول المشتركة والتي تقع دائماً على حدود هذه المنطقة التي سمينها بنقاط الحل الأساسي)

$$x_2 = \frac{10}{7} x_1 + \frac{6300}{7}$$

$$x_2 = 708 \frac{2}{3} x_1 +$$

$$\Rightarrow x_1 - x_1 + \frac{10}{7}x_2 - \frac{2}{3}x_2 = \frac{6300}{7} - 708$$

$$\Rightarrow \frac{30x_2 - 14x_2}{21} = \frac{6300 - 4956}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{16x_2}{21} = \frac{1344}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{21}x_2 = 192$$

$$\Rightarrow x_2 = 192 \left( \frac{21}{16} \right)$$

$$\Rightarrow x_2 = 252$$

بالتعويض بطريقة  $x_2$  في أحد المعادلتين ولتكن المعادلة الثانية:

$$\Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}(252) = 708$$

$$\Rightarrow x_2 = 708 - \frac{504}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{2124 - 504}{3} = \frac{1620}{3} = 540$$

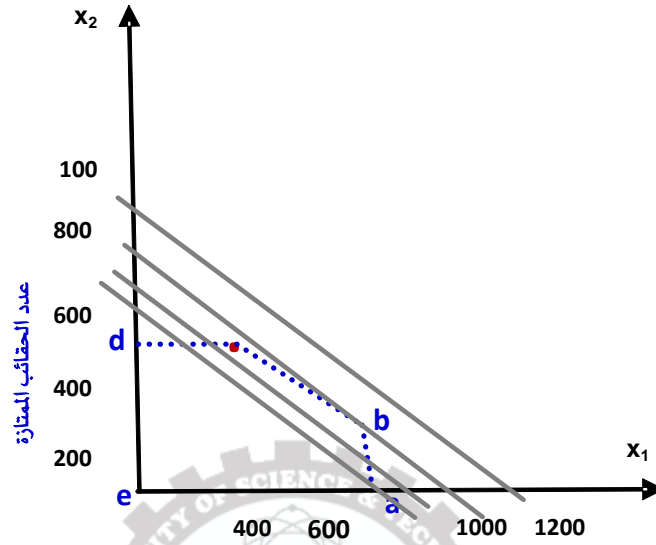
$$\Rightarrow x_1 = 540$$

إذاً: إحداثيات النقطة  $b$  هي  $(540, 252)$

وبنفس الطريقة نوجد إحداثيات النقط  $C$  حيث  $C$  هي نقطة تقاطع خط القيد الأول وخط

القيد الرابع وبحل معادلتين الخطيتين نحصل على إحداثيات النقط  $C$  وهي  $x_2 = 300$ ,  $x_1 = 420$  كما أوجدناها سابقاً من خلال الرسم (عندما كان دقيقاً).

(ملاحظة: الحل الأمثل هو أحد نقاط منطقة الحلول المشتركة التي تقع دائماً على حدود هذه المنطقة التي سمينها بنقاط الحل الأساسي).



ولتحقق جبرياً نقوم بالآتي:

عدد الحقائق العادية

من أحداثيات نقطة الحل الامثل (b) يتم ذلك بتحديد الخطين اللذين يتقاطعا عند هذه النقطة b بالرجوع الى الرسم السابق نجد أن النقطة b هي نقطة تقاطع خط القيد الاول مع خط القيد الثالث

$$\frac{7}{10}x_1 + x_2 = 630$$

أي أن معادلة خط القيد الأول هي:

$$x_1 + \frac{2}{3}x_2 = 708$$

ومعادلة خط القيد الثالث هي

بحل المعادلتين باستخدام طريقة الحذف نجد أن:  $x_1 = 540$  ,  $x_2 = 252$

وهما الكميتين (المزيج الانتاجي الامثل) التي يجعل دالة الهدف أعلى ما يمكن أي أن:  $Z = 7668$

نموذج تحقيق ادنى تكلفة

### مثال 3: مشكلة ( نموذج تحقيق أدنى ربح )

يقوم بنك اليمن /قسم الاستثمارات بإدارة عدد من الأرصدة المالية لبعض زبائنه الأثرياء ،  
توضع سياسة الاستثمار لكل زبون على حده حسب احتياجاته .

طلب السيد صالح من البنك أن يستثمر مبلغاً في حدود 1.2 مليون ريال على الأكثر في  
نوعين من الاستثمارات ، صندوق الأسهم ، وصندوق العملات الأجنبية .تبلغ تكلفة شراء وحدة  
صندوق الأسهم 50 ريالاً ، وتحقق عائداً قدره 10% على الأقل، بينما تبلغ تكلفة شراء وحدة  
صندوق العملات الأجنبية 100 ريال، وتحقق عائداً قدره 4% على الأقل، ويهدف السيد  
صالح إلى تقليل المخاطرة قدر الإمكان، ويشترط أيضاً أن يحقق استثماره دخلاً سنوياً لا يقل  
عن 60000 ريال .إضافة إلى جميع ماسبق، اشترط السيد صالح أن يستثمر مالياً يقل عن  
300000 ريال في صندوق العملات الأجنبية.

وحيث أن مؤشر المخاطرة هو 8 لكل وحدة استثمار في صندوق الأسهم ، 3 لكل وحدة  
في صندوق العملات

والسؤال: كم وحدة من كل نوع يجب شريتها من البنك بحيث يكون عنصر المخاطرة  
أقل ما يمكن ؟

**الحل:**

الخطوة الاولى / هي بناء النموذج:

إذاً نحن امام مشكله هدفها تخفيض المخاطرة

❖ متغيرات المشكلة هي  $x_1$  = عدد الوحدات المشتراه في صندوق الأسهم

$x_2$  = عدد الوحدات المشتراه في صندوق العملات الاجنبية

❖ دالة الهدف هي دالة المخاطرة (تقليل المخاطرة)

تحت القيود:

$$\text{القيود الهيكلية} \left\{ \begin{array}{l} \text{قيد استثمار 1.2 مليون: } 50x_1 + 100x_2 \leq 1200,000 \\ \text{قيد الدخل السنوي ( تحقق 60.000): } 5x_1 + 4x_2 \geq 60,000 \\ \text{قيد الحد الأدنى للاستثمار في صندوق العملاء: } x_2 \geq 3000 \end{array} \right.$$

$$\text{القيود اللا سالبيه} \left\{ \begin{array}{l} x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

- الخطوة الثانية/ حل هذا النموذج بيانياً:  
نقوم أولاً بتحويل القيود الهيكلية من صورتها كمتباينات الى معادلات فتصبح القيود كما يلي:

$$50x_1 + 100x_2 = 1200,000$$

ثم نقوم بتحديد نقاط تقاطع هذه المعادله مع المحورين  $x_1, x_2$  لرسم القيد كما في الجدول:

$x_1$	0	24000
	12000	0

$x_2$

ثم نقوم برسم القيد الاول كما في الشكل رقم (7):  
وبالنسبة للقيد الثاني يتم تحويله إلى معادله  $5x_1 + 4x_2 = 60,000$   
وتكون نقاط تقاطعه مع المحورين  $x_1, x_2$  كما في الجدول

$x_1$	0	12000
$x_2$	15000	0

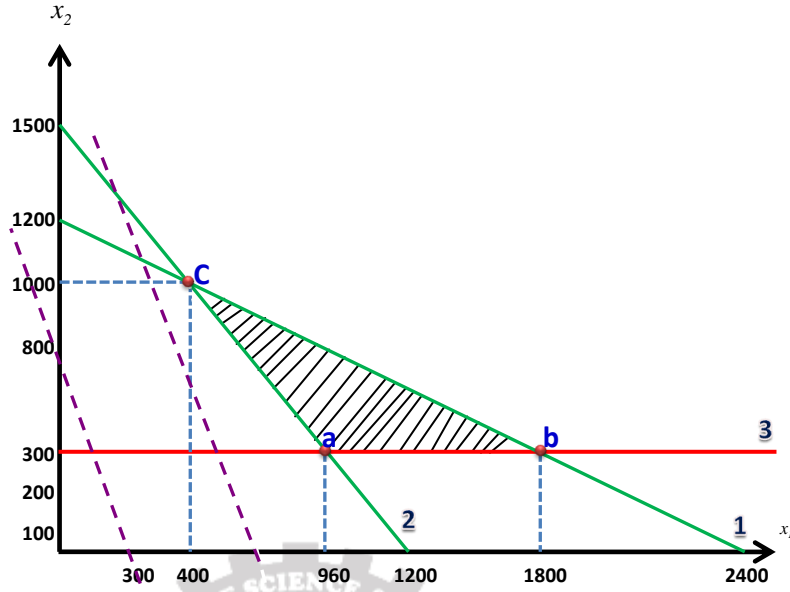
ثم نرسمه على نفس الشكل (7)

ثم القيد الثالث  $x_2 = 3000$  ثم نرسمه على نفس الشكل رقم (7)

بعد رسم جميع القيود على الشكل رقم (7) وتحديد منطقة الحل (منطقة التظليل المشترك) نلاحظ من الشكل مايلي:

- 1- منطقة الحلول الممكنة هي المنطقة المضللة a b c
- 2- منطقة الحلول الاساسية تتمثل بالنقاط ( a , b , c ) (النقاط القصوى أو الطرفية)
- 3- إحدى هذه النقاط (الحلول الاساسية) تمثل الحل الامثل





شكل رقم (7) يوضح رسم القيود

السؤال: كيف نصل الى هذه النقطة التي إحداثياتها تجعل دالة الهدف أقل ما يمكن؟  
لأننا نبحث عن تقليل المخاطرة

- إحداثيات النقطة a هي (9600,3000) من خلال الرسم وعليه تكون دالة الهدف هي:

$$Z = 85,800$$

وتكون إحداثيات النقطة b هي (18000,3000) وعليه تكون دالة الهدف هي:

$$Z = 153,800$$

وتكون إحداثيات النقطة C هي (10,000,4000) وعليه تكون دالة الهدف هي:

$$Z = 62000$$

- أقل قيمة لدالة الهدف هي  $Z = 62000$  عند النقطة C

- النقطة C هي نقطة الحل الأمثل .

إذاً الحل الأمثل هو:

$$x_2 = 10,000, x_1 = 4000$$

وهي أقل مخاطرة

$$Z = 62000$$

ويمكن الحصول على نقطة الحل الامثل باستخدام خط دالة الهدف وذلك برسم

كما هو ظاهر بالشكل الثاني رقم (8) الخط المنقطع حيث وضعنا  $Z = 24000$

$$\Rightarrow 24000 = 8x_1 + 3x_2 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 8000$$

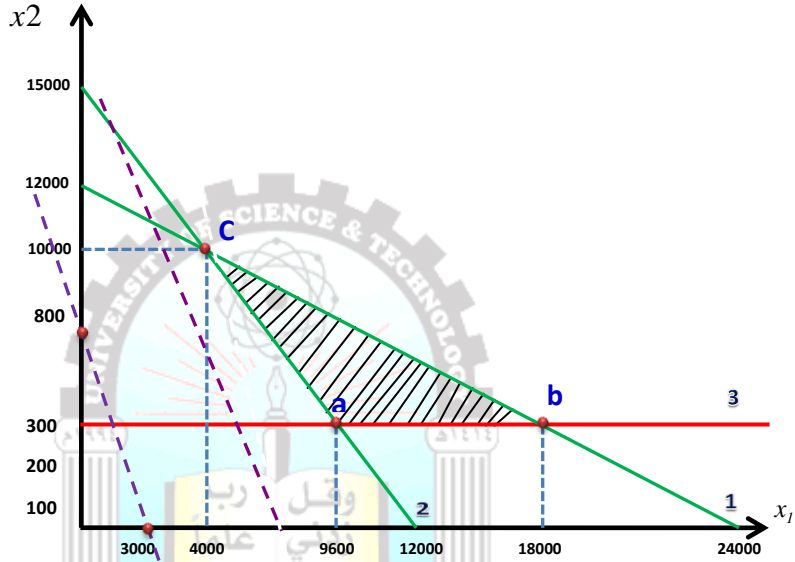
$$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 3000$$

- نقطتي رسم دالة الهدف هما: (3000,8000)

وبرسم دالة الهدف كما بالشكل رقم (8) وتحريكها بشكل متوازي تجاه منطقة الحلول الممكنة فإن أقرب نقطه يمر عندها خط داله الهدف تكون نقطة الحل الامثل وكما

هو ملاحظ من الرسم النقطة C التي احداثياتها  $x_1 = 4000, x_2 = 10,000$

التي تعطي اقل مخاطره لـ Z والتي تساوي  $Z = 62,000$



شكل رقم (8) يوضح القيود ودالة الهدف

وللتأكد من احداثيات النقطة C كنقطة حل امثل نحل المعادلتين الاولى التي تمثل خط القيد الاول والثانية التي تمثل خط القيد الثاني كما يلي:

$$50x_1 + 100x_2 = 1200,000 \quad (1)$$

$$5x_1 + 4x_2 = 60,000 \quad (2)$$

بضرب المعادلة (2) في 10

$$\Rightarrow 50x_1 + 40x_2 = 600,000 \quad (2)$$

$$\Rightarrow 50x_1 + 100x_2 = 1200,000 \quad (1)$$

$$x_1 = 4000, x_2 = 10,000$$

$$x_1 = 4000, x_2 = 10,000$$

$$z = 62,000$$

وهذا تأكيد بأن الحل الأمثل هو

ودالة الهدف

### المتغيرات الراكدة: stack variable

المتغيرات الراكدة هي كمية الطاقة غير المستخدمة لقيد من نوع  $\geq$  وتعرف بالوفرة المصاحبة لذلك القيد. رياضياً المتغير الراكد يمثل الفرق بين الطرف الأيمن والأيسر للمتراحة. وبإعطاء المتغير الراكد الرمز  $k$  ونضع قيمة معاملته تساوي صفراً في دالة الهدف وبإضافة هذا المتغير لكل قيد تصبح مشكلة مصنع الجلود كالآتي :

$$z = 10x_1 + 9x_2 + (0)c_1 + (0)c_2 + (0)c_3 + (0)c_4$$

شرط أن:

$$\frac{7}{10}x_1 + 1x_2 + 1c_1 = 630$$

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{5}{6}x_2 + 1c_2 = 600$$

$$1x_1 + \frac{2}{3}x_2 + 1c_3 = 708$$

$$\frac{1}{10}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + c_3 = 135$$

$$x_1, x_2, c_1, c_2, c_3, c_4 \geq 0$$

هذه الصيغة للبرنامج الخطي تعرف بالصيغة القياسية standard Form

وسوف نتعرض لها بالتفصيل عند الحل جبرياً في الفصل الثاني .

ملخص خطوات الطريقة البيانية لمشكلات تعظيم الربح .

أ- حدد جميع نقاط الحلول الممكنة لكل قيد وذلك برسم الخطوط المناظرة للقيود .

ب- حدد بقلم ملون منطقة الحلول الممكنة لجميع القيود معاً .

ج- قيد الربح عشوائياً ، وارسم خط الربح التقديري ، وستحسن البدء باختيار قيمة صغيرة جداً بحيث يقع الخط داخل منطقة الحلول الممكنة .

د- ارسم خطوطاً موازية لخط الربح التقديري مبتعداً عن نقطة الأصل .

هـ- توقف عندما تصل إلى نقطة (نقاط ) بحيث لو تحركت أبعد منها لخرجت من منطقة الحلول الممكنة .

و- النقطة الممكنة التي تقع على أعلى خط ربح هي نقطة الحل الأمثل .

ز- اقرأ قيمتها من الرسم (على الأقل تقريباً) .

ح- حل معادلتَي الخطين المتقاطعين عند هذه النقطة لتحصل على الإجابة الصحيحة لقيمة

$$x_1, x_2$$

ط- عوض قيمة  $x_1, x_2$  التي حصلت عليها (في الخطوة الثامنة) في دالة الهدف لتحصل على الربح الأمثل .



## متغيرات فائضة surplus Variables

بتحليل مشكلة بنك اليمن نلاحظ أن أقل مخاطرة ممكنة من الميزج الاستثماري 4000 ، 10,000 وحدة هي 62,000 ، وأن ذلك تحقق باستثمار كل الرصيد المتوفر ، كما أن الدخل المطلوب تحقق كاملاً بالضبط ، ولكننا اجتزنا بكثير الحد الأدنى للاستثمار في صندوق النقد 3000 وحدة ، حيث اقترح البنك شراء 10.000 أي: بفارق 7000 وحده .وهذه الزيادة نسميها فائضاً surplus

وبصفة عامة أي كمية فائض تصاحب القيد  $\leq$  تسمى متغيراً فائضاً surplus Variable

وكما قلنا سابقاً إن متغيراً راكداً slack Variable

يضاف إلى القيد أقل من  $\geq$  حتى تحول المتراجحة إلى معادلة ، فإننا في حالة كون القيد  $\geq$  نطرح من الطرف الأيمن متغيراً فائضاً surplus Variable حتى نحول المتراجحة إلى معادلة ، وسوف نرمز له بالرمز  $f$  .

وحيث إن هذا المتغير لا تأثير له في دالة الهدف فإننا نضع قيمة معامل تساوي صفراً في دالة الهدف .وبإضافة المتغيرات الراكدة والفائضة لمشكلة بنك اليمن يصبح النموذج كالاتي:

$$z = 8x_1 + 3x_2 + (0)c_1 + (0)d_2 + (0)d_2$$

$$50x_1 + 100x_2 + 1c_1 = 1200000$$

$$5x_1 + 4x_2 - 1d_2 = 60.000$$

$$1x_1 - 1d_2 = 3000$$

$$x_1, x_2, c_1, d_1, d_2 \geq 0$$

وعندما نكتب جميع القيود في صيغة معادلات نقول: إن النموذج مكتوب في الصيغة القياسية .

## 9.2 القيد المحكم والقيد غير المحكم :

بعد حل النموذج نعوض بقيم  $x_1, x_2$  التي حصلنا عليها حتى نستطيع أن نحسب قيم المتغيرات الراكدة والفائضة:

لحساب قيمة  $c_1$  نعوض في معادلة القيد الأول:

$$50(4000) + 100(10.000) + c_1 = 12,200,000$$

$$c_1 = 1,200,000 - 20,000 - 1,000,000$$

$$c_1 = 0$$

وبالطريقة نفسها نحصل على قيم  $d_1, d_2$

$$d_1 = 0$$

$$d_2 = 7000$$

ومن ثم نقول: إن القيد الأول والثاني محكمان Binding

بينما الأخير غير محكم Not Binding ونعني بالقيد المحكم أن الموارد الخاصة به

قد استهلكت بأكملها بدون زيادة أو نقصان، ومن ثم تكون قيمة المتغير الراكدة أو الفائض (حسب نوع القيد) تساوي صفراً، أما إذا كانت قيمة المتغير الراكدة أو الفائض لا تساوي صفراً فهذا يعني أن هناك موارد لم تستهلك (راكدة) أو أن هناك استهلاكاً زائداً عن المطلوب (فائضاً)، ومن ثم يكون القيد غير محكم.

#### عزيزي الدارس:

تعرفنا في هذا الفصل إلى أكثر أساليب بحوث العمليات انتشاراً وتطبيقاً ألا وهي البرمجة الخطية ،وهي عبارة عن صياغة المشكلة الإدارية في نموذج رياضي ، جميع العلاقات المكونة له من الدرجة الأولى ، ويتميز بالآتي :

1- دالة هدف المطلوب تحقيق أعلى أو أقل قيمة لها .

2- مجموعة من القيود يجب عدم تجاوزها .

3- قيود عدم السلبية .

وعرفنا أن هذا النموذج يمكن حله بيانياً أو جبرياً:

الحل إن وجد فإنه يقع على إحدى النقاط المتطرفة لمنطقة الحلول الممكنة.

أوضحنا ذلك بمثال يهدف إلى تحقيق أكبر ربح ،ومثال آخر يهدف إلى تحقيق أقل خسارة ، وشرحنا خطوات حل كل منهما بيانياً بالتفصيل ، كما تعرضنا لشرح معنى المتغيرات الراكدة والفائضة ومعنى القيد المحكم ، وأوضحنا كيفية كتابة البرنامج الخطي في الصيغة القياسية .

جامعة العلوم والتكنولوجيا

#### 4. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية الثانية:

عزيزي الدارس، بعد أن تعرفنا على أهم أسلوب من أساليب بحوث العمليات وأكثرها انتشاراً وأهمها تطبيقاً، وسوف نتناول في الوحدة الثانية إن شاء الله الخطوات التسلسلية لتطبيق بحوث العمليات وفقاً للطريقة العلمية، كما أننا سوف نتناول أهم التصنيفات المتعلقة ببحوث العمليات مثل : (أساليب البرمجة الخطية، دراسة أساليب الاحتمالات، أساليب التحليل الشبكي، والأساليب الرياضية الأخرى).





## 5. التدريبات:

تدريبات حل المشكلة بيانياً:

$$x_1 + 4x_2 \geq 8$$

بشرط أن

$$x_1 + 4x_2 \geq 8$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 5$$

$$x_1 + x_2 \geq 0$$

تدريب (2):

حل البرنامج الآتي بيانياً:

$$z = 6x_1 + 4x_2$$

شرط أن:

$$3x_1 + 2x_2 \leq 24$$

$$2x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 \geq 0$$

3- حل البرنامج الخطي الآتي:

$$z = 4x_1 + x_2$$

بشرط أن:

$$10x_1 + 2x_2 \leq 30$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 \geq 0$$

تدريب (4):

$$z = 4x_1 + 3x_2$$

بشرط أن:

$$3x_1 + 3x_2 \leq 12 \quad (1)$$

$$2x_1 + \frac{5}{4}x_2 \leq 10 \quad (2)$$



$$\begin{aligned} x_1 &\leq 4 \quad (3) \\ x_1 + x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

- أ- مثل المشكلة الخطية بيانياً .  
 ب- حدد منطقة الحلول الممكنة بتظليلها .  
 ج- كم عدد النقاط القصوى المحددة لمنطقة الحلول الممكنة ؟ وما هي ؟  
 د- الحل الأمثل يتحقق عندما :

1-  $x_1 = 0, x_2 = 4$

2-  $x_1 = 0, x_2 = 8$

3-  $x_1 = 4, x_2 = \frac{8}{5}$

4-  $x_1 = \frac{8}{7}, x_2 = \frac{30}{7}$

5-  $x_1 = 4, x_2 = \frac{3}{4}$

هـ - أوجد قيمة "د" في الحل الأمثل .

و- لو أسقطنا القيد 2 من النموذج هل يتغير الحل الأمثل ؟ لماذا ؟

5- تدريب

ضع علامة (✓) أو علامة (×) أمام العبارات الآتية:

أ- يشترط في تطبيق البرمجة الخطية أن تكون جميع معادلات النموذج من الدرجة الأولى ( ) .

ب- التمثيل البياني لحل البرمجة الخطية يتعذر استخدامه إذا زاد عدد المتغيرات عن

اثنين ( ) .

ج- يتكون البرنامج الخطي من هدف يجب تحقيقه تحت قيود معينة، وتعبّر عن بدلات رياضية من الدرجة الأولى ( ) .

د- الحل الأمثل لمشكلة البرنامج الخطي يقع دائماً على إحدى النقاط القصوى ( ) .

هـ- المتغير الراكد يصاحب دائماً القيد من نوع  $\geq$  ( ) .

و- نقول عن الحل إنه قابل للتنفيذ إذا كان يحقق جميع القيود المفروضة، ويكون

حلاً أمثل إذا كان أحسنها تحقيقاً للهدف ( ) .

### تدريب (6):

ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة :

أ- استخدام الأساليب الكمية مفيد في عملية اتخاذ القرار عندما تكون المشكلة

1- معقدة 2- مهمة 3- جديدة 4- جميع الإجابات السابقة صحيحة

ب- الحل الممكن لمشكلة ما :

1- يرضي على الأقل أحد القيود 2- يرضي جميع القيود

3- هو أفضل الحلول للمشكلة 4- هو الحل الوحيد للمشكلة .

ج- القيد المحكم في البرمجة الخطية :

1- ممكن حذفه من المشكلة بدون أن يؤثر في منطقة الحلول الممكنة .

2- ممكن حذفه من المشكلة بدون أن يؤثر في الحل الأمثل

3- هو القيد الذي يكون فيه قيمة المتغير الفائض أو الراكد صفراً.

4- الإجابات السابقة جميعها.

### إجابات التدريبات :

تدريب (1)  $x_1 = 4, x_2 = 1, d = 24$

تدريب (2)  $x_1 = 4, x_2 = 6, z = 48$

تدريب (3)  $x_1 = 3, x_2 = 0, z = 12$

تدريب (4) ج - أربع نقاط ، د-  $x_1 = 4$  ،  $x_2 = \frac{3}{4}$  هـ-  $z = 20$  ، و- لا لأنه قيد غير محكم، ويقع خارج منطقة الحلول الممكنة .

تدريب (5) أ-(✓) ب-(✓) ج-(✓) د-(✓) هـ-(✓) و-(✓)

تدريب (6) أ- 4 ب- 2 ج- 3 د- 2

## 1-النماذج الرياضية: Mathematical Models

لا تختلف عن النماذج الأخرى من حيث إنها تمثل وصفاً لموقف أو موضوع معين، فمثلاً يمكن صياغة العمليات التي تقوم بها المنظمة في النموذج الرياضي الآتي:

الدخل الصافي = الإيرادات - التكاليف

والتكاليف قد تشمل التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة

وكذلك الإيرادات تشمل إيرادات تشغيلية وإيرادات عرضية وأخرى استثمارية .

## 2- تكوين النموذج الرياضي :

صياغة المشكلة problem Formulation في قالب رياضي أو نموذج رياضي يميز علم بحوث العمليات عن غيره من العلوم القائمة على استخدام الأساليب الكمية مثل الإحصاء وغيره .

ويتم تكوين النموذج الرياضي عن طريق ترجمة الجمل اللغوية إلى تعبيرات رياضية ويتضمن النموذج الرياضي ثلاث مجموعات أساسية هي :

1- المدخلات :التي لا تستطيع المنظمة التحكم فيها ، مثل: سعر بيع السلعة أو تكلفة إنتاجها وكذلك المدخلات التي تستطيع المنظمة التحكم فيها ، مثل: عدد الوحدات المنتجة أو كمية البضاعة المشحونة وتعرفها بالمجاهيل والتي يجب تحديدها لحل النموذج

2- المحددات: وهذه تمثل البنود الفنية والاقتصادية وغيرها ، تحدد قيمة الحلول الممكنة.

3- دالة الهدف : object function وتحدد مقياس الكفاية للإدارة ، وتمثله بدالة رياضية للمتغيرات المتحكم فيها . ونحصل على الحل الأمثل حيثما تحقق قيمة المتغيرات المتحكم فيها أحسن قيمة للدالة في حدود القيود المفروضة .

## 3-حل النموذج :

ويعني محاولة معرفة قيم المتغيرات المتحكم فيها والتي تعطي أفضل حل ممكن بدون تجاوز القيود المفروضة على المشكلة ، وهذا الحل قد نحصل عليه بالمحاولة والخطأ ، وهذه الطريقة قد لا تضمن لنا الحل الأمثل إضافة إلى الوقت الذي قد تستغرقه إذا كانت المشكلة معقدة .

- 1-سعيد الشواف ، تصنيف النماذج واستخدامها في تحليل المشكلات وصنع القرارات الإدارية ، الإدارة العامة ، العدد 68، أكتوبر، 1990م (7-43)
  - 2-عبد الرحمن أبو عمه ، ومحمد العش ، البرامج الخطية ، الرياض ، 1990م
  - 3-محمد محمد نور قوته وسعود مندور ، بحوث العمليات وتطبيقاتها في القرارات الإدارية ، جده ، 1420/1419 هـ
  - 4-أسماء باهرمز ، سهام همشري ، 1421هـ ، صناعة القرار للقادة (ترجم) معهد الإدارة العامة ، الرياض.
  - 5-حسن أبو ركب ، بحوث العمليات وتطبيقاتها في مجال الإدارة ، جده ، 1986م
  - 6-مدني علاقي ، الإدارة :دراسة تحليلية للوظائف والقرارات الإدارية ، جدة ، 1414هـ
  - 7-نبيل عبد الحافظ ، استخدام بيرت في تخطيط المشروعات ومتابعتها وتنفيذها الإداري ، العدد 51، ديسمبر 1992م
  - 8-جلال الأشعري 2010م ، بحوث العمليات ، سلسلة محاضرات ، جامعة صنعاء.
- المراجع الأجنبية :

- 1-Anderson sWeeney &Williams Q uantitativeMethods For Business West 1994.
- 2-Bradley s.p. A.C.HaX and T.l. Majnanti,Appliedpp Mathematical Programming, Reading, Mass, Addison Welslen, 1977.
- 3- Bazarra, M.S., and J.J Jarvis, Linear Programming and Network Flows, 2<sup>nd</sup> ed. Newyzx zork, Johan Wiley & Sons, 1990

# الوحدة الثانية

2

تحليل الحساسية



## محتويات الوحدة

الصفحة	الموضوع
44	1. المقدمة.....
44	1.1 تمهيد.....
45	2.1 أهداف الوحدة.....
46	2. استخدام الطريقة العلمية في الإدارة.....
51	3. التخطيط الرياضي والمستقيم.....
55	4. خطوات الحل بأسلوب السمبلكس.....
56	5. طريقة السمبلكس.....
61	6. تعظيم الربح والشفافية وتقدير الحساسية.....
65	7. تخفيض التكاليف.....
70	8. الخلاصة.....
73	9. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية الثالثة.....
74	10. إجابات التدريبات.....
76	11. مسرد المصطلحات.....
80	12. المراجع.....

جامعة العلوم والتكنولوجيا



تحتل البرمجة الخطية Linear Programming في الوقت الحاضر مركزاً مرموقاً في مجال بحوث العمليات Operation Research ولها تطبيقات واسعة، وتم تطوير الأساليب الفنية المستخدمة في حل مشكلات البرمجة الخطية.

وتعد البرمجة الخطية إحدى الوسائل المستخدمة في بحوث العمليات و تساعد في اتخاذ القرارات في مجال رقابة وإدارة الأموال والموارد والآلات والمواد الأولية والعناصر البشرية، وتعد من أسهل وأبسط أنواع النماذج التي يمكن إنشاؤها لمعالجة المشكلات الصناعية والحكومية الكبرى. وذلك بالتوافق مع الزيادة في استخدام الحاسبات الالكترونية وظهور البرمجيات الجاهزة الحديثة.

إن البرمجة الخطية تبحث عادة في توزيع الموارد المتاحة بين الاستخدامات البديلة بأسلوب رياضي يتم بموجبه تخصيص الموارد المتاحة والمحدودة، ويمكن التعبير عن دالة الهدف بصفة المعادلة والقيود المرتبطة بها في صيغ معدلات خطية "متباينات" ويمكن تعريف البرمجة الخطية بأنها مجموعة أساليب فنية يمكن بواسطتها الحصول على المقدار الجبري الأمثل وهذا يمثل الهدف الذي تتحكم فيه قيود خطية، أو بمعنى آخر: هو ذلك الأسلوب الرياضي الذي يهتم بالاستغلال الأمثل للموارد المتاحة على وفق أسلوب علمي مبرمج.

وتهدف هذه الوحدة إلى مساعدتك في دراسة نماذج البرمجة الخطية والطرق المختلفة لها، ومنها النموذج العام والطريقة البيانية.

في هذه الوحدة سنناقش الأسلوب الرياضي لتحليل الحساسية ولكن يجب التطرق إلى نظرية السمبلكس حيث تجدر الإشارة إلى النظرية الثنائية التي يعتمد عليها تحليل الحساسية وأن لكل مسألة برمجة خطية هناك مسألة ثنائية أخرى مرافقة لها، ولكن هناك علاقة بين المسألتين وخصائص تربطهما بحيث إن الحل الأمثل لإحدى هاتين المسألتين يعطي معلومات كاملة عن الحل الأمثل للمسألة الثنائية.

وستجد شرحاً للطريقة العامة لحل مسائل البرمجة الخطية، ألا وهي طريقة الحل البسيط، ولقد وضعنا من خلال الأمثلة خطوات الحل، وكيفية وضع بيانات المسألة في

جدول أولي، ومن ثم كيفية الانتقال من جدول حل إلى الجدول التالي إلى أن يتم التوصل إلى الحل الأمثل.

وقد حاولنا الإكثار من الأمثال والتدريبات ذات العلاقة بموضوعات الوحدة وحلولها النموذجية علاوة على أسئلة التقويم الذاتي.  
فأهلاً وسهلاً بك في هذه الوحدة.

## 2.1 أهداف الوحدة:

عزيزي الدارس، بعد فراغك من دراسة هذه الوحدة ينبغي أن تكون قادراً على أن:

1. تشرح فلسفة بحوث العمليات ومنهجيتها وعلاقتها بعملية تحليل المشكلات.
2. توضح تسلسل مراحل الطريقة العلمية لتحليل المشكلات وخطواتها.
3. تقوم ببناء النماذج الرياضية وتجد الطرق لحلها.
4. تشرح مكونات النموذج العام للبرمجة الخطية، وشروط استخداماته، ومجالاته في اتخاذ القرارات.
5. تستخدم الطريقة البيانية لحل مسائل البرمجة الخطية.
6. تذكر خصائص المسألة المزدوجة وتبين أهميتها واستخداماتها وعلاقتها بالمسألة الأساسية.
7. تعدد خطوات حل مسائل السيمبلكس.
8. تحلل وتقيس أثر التغيير في الموارد على الحل الأمثل.
9. تحدد مجال ثبات الحل الأمثل عند إحداث تغيير.
10. تحلل إضافة قيود جديدة أو أنشطة جديدة للمسألة.
11. تدرس تقدير الحساسية.



## 2. استخدام الطريقة العلمية في الإدارة:

اهتم آدم سميث في كتابه: ثروة الأمم الذي نشره عام 1776م بتقسيم العمل بغرض زيادة تنمية خبرات العامل، وهو ما يعرف بزيادة مهارة العمل، والعمل على توفير الجهد الضائع الذي يضيع حينما نأمر العامل بترك العمل الذي بيده والانتقال إلى مكان عمل آخر، والتركيز على اختراع أدوات العمل، وتعد هذه الأفكار أساس قياس العمل في الجدارة والمهارة وقد أطلق عليها اقتصاديات الإنتاج.

جاء من بعده الرياضي المشهور بيك الذي ركز دراسته على زيادة الإنتاج، وركز على الانتقاد لماذا يؤدي العمل بهذه الطريقة؟، وهي ما تعرف بالأوضاع السائدة، وركز على الطريقة المثلى وسجل كل ملحوظاته في كتابه الشهير ( On The Economy of the Machinery & Manufacturers)، الذي نشر في عام 1832م، وركز على تحسين مزايا تقسيم العمل كما رآها في صناعة الدبوس، والتي تمر بسبع مراحل وهي: تقصير طول الدبوس، جعل السلك مستقيماً، سن رأس الدبوس، الشني وقطع الرؤوس، عمل الرأس، التلميع ضد الصدأ، تغليف الدبوس، وهذا يظهر مفهوم العمل بكفاءة ومهارة وعدها الأساس في دفع الرواتب والأجور.

وقد تمثلت خطوط الإنتاج كمظهر من مظاهر تقسيم العمل، وكسمة تطور فيها الأداء، بينما نادى كثير من النقاد بتوسيع دائرة العمل بدلاً من تقسيمه.

وفي 1882م، ركز فردريك تايلور بوصفه مهندساً في استخدام الأسلوب العلمي في حل مشكلات العمل الإدارية، حيث ركز على إنتاج الطاقة القصوى في كل عمل بدلاً من ترك العامل يحدد العمل الذي يرغب فيه، ويرى أن العامل يمتلك طريقة الصنع، ويجب عدم البوح بها للآخرين، واستخدم أسلوباً في التجربة لحل مشكلات الإنتاج، واهتم بتركيز تقسيم الزمن على وحدات الإنتاج خلال يوم العمل، وركز على إعطاء العامل قيمة العمل بأجر القطعة كعنصر محفز للعاملين، واهتم باستخدام المستشارين المتخصصين في التنظيم الصناعي. وفي 1911م طبع كتابه: مبادئ الإدارة العلمية، والذي يرى فيه من واجبات الإدارة استخدام المفهوم العلمي من جانب الإدارة لحل مشكلات العمل، والاختيار والتدريب العلمي بدلاً من أداء العمل بالطرق القديمة، وأن يدرب العامل نفسه، ويعمل على تنمية روح العمل التعاوني بين العاملين، ويجب تقسيم العمل بين الإدارة والعاملين بالتساوي.

ساعدت آراء فردريك تايلور في التنظيم الإداري، وقد ساعدت هذه الأفكار في تطوير علم النفس التجريبي حيث تم استخدامها في علم الهندسة الإنساني واستخدمتها الإدارة العلمية الحديثة في القرن العشرين في التخطيط والتقنية والتدريب والضبط حيث تم ضبط وقت العمل في الأداء اليومي وتنفيذ الخطط الموضوعية، وتسهيل مهمة الرقابة.

أما الذين كانوا من أنصار فردريك تايلور فمنهم جانت (Gant) وإيمرسون، فردريك جلبرت وزوجته ليليان، أما المعارضون لهذه المجموعة فقد استغلوا هذا العمل وتم تطبيقه مع أفكار خاطئة، وتم تطبيق أفكار تايلور بنوع من الإساءة إليها، وأفضل مثال في تطبيق مقدار العمل اليومي للعامل الذي يتحملة لإنجاز مهام العمل، واختلاف حجم العمل الموكول به للعامل في أثناء عمره الإنتاجي.

كما استخدم عنصر الاحتمالات والطرق الإحصائية في تحديد الإنجاز اليومي للعامل كما استخدم في الهندسة الميكانيكية والكهرباء والهندسة الكيميائية، واستخدام المعايير الإحصائية والتشتت حتى اللحظة التي صار ينجز فيها تقرير الأخطاء بشيء يمثل نماذج الإنتاج بشيء دقيق ومقبول عملياً.

ونسبة للتعقيد في حجم الإنتاج وطرق تنفيذه، وزيادة عنصر التقنية، ووجود متغيرات، وصعوبة الترابط بين عناصر الإنتاج والعمالة والآلة اضطرت الإدارة إلى استخدام طرق رياضية تساعدها في حل مشكلات الإنتاج الإلكترونية واستخدام طرق رياضية تحليلية، حيث استخدم في 1914م، بمعرفة العالم الرياضي هارس (Harris) أول معادلة لتحديد كمية الطلب الاقتصادي في المخزون السلي.

وعمد كل من تبت وستيوارت في عام 1931م إلى التطور في بحوث جودة الإنتاج الصناعي حيث أكمل تبت بحثاً في عمليات دراسة العمل باستخدام العينات (Work Sampling)، وتم استخدامها في العمل فعلاً في 1950م.

واستخدمت بحوث العمليات في أثناء الحرب العالمية في ميدان الإنتاج الحربي وتم استخدام الآلات الإلكترونية، وظهرت مشكلات معقدة، لذا لجأت إدارة الحرب إلى استخدام تقنيات وأساليب علمية لم يسبق استخدامها من قبل.

وبعد انتهاء الحرب ظهر الاهتمام بالعنصر البشري، وظهر الاهتمام بالهندسة الإنسانية التي بقيت امتداداً لدراسة الحركة والزمن التي بدأها آدم سميث وجلبرت وزوجته ليليان.

### أسئلة التقويم الذاتي:

1. ما الفلسفة التي تقوم عليها بحوث العمليات؟
2. اشرح أهمية بحوث العمليات، وعدد ميزات استخدامها.
3. اشرح النظام، وأعط أمثلة على الأنظمة من البيئة الاجتماعية التي توجد فيها.

?

**عزيزي الدارس:** إن الإدارة علم يتم تعلمه في الحقول المعرفية العلمية وكتعبير يستمد بالخبرة المنقولة من جيل إلى جيل، ويمكن القول بأن الخبرة الشخصية محدودة والخبرات الفنية لا يمكن نقلها جميعها بل يستمد من خبرات الإدارة العلمية الفنية ولكن يمكن تمهيتها في إطار معرفي تراكمي.

ويستخدم المدير أسلوب الفهم والتحليل في حل المشكلات باستخدام الأسلوب العلمي والخبرة العملية التي استمدتها في مجال العمل، سواء باستخدام الخبرة السابقة أو استخدام أسلوب الملاحظة، وتطبيق الدراسات النظرية التي تعلمها، وتطبيق الطريقة العلمية، ويكون ماهراً باستخدام الملاحظة، ووضع الفروض المحددة، ويعتمد إلى اختيار الفروض، وفهم المشكلة وإمكان التنبؤ والضبط، ووضع الحل المختار في صور قابلة للتنفيذ.

فتهتم الإدارة بتحديد المشكلة ووضع مكوناتها، حيث يمكن أن يكون وجود مشكلة العمل التي لا ترغب فيها الإدارة، ويجب تحديد هدف حتى يمكن الوصول إليه، وأن تكون المشكلة في إطار ونطاق عمل الإداري، وأن يكون له الحرية في الاختيار بين بديلين أو أكثر لتسهيل الوصول إلى الحل الأمثل في ظل بدائل متاحة بتسهيل الاختيار من بينها.

فمتخذ القرار عليه مسؤولية رفع التوصيات لإصلاح معوقات العمل، وأن تكون له سلطة تتناسب مع اتخاذ القرار، وتقع ضمن أعباء عمله، وأن يكون بشكل موافقة نهائية حتى ولو بالتصويت أو الأغلبية (Majority)، وأن لا يتعارض مع سلطة شخص آخر في التنظيم، ويقع عليه التنفيذ متى ما تمت الموافقة عليه، وأن يعمل على تقييم الإجراء المتخذ في صنع القرار الإداري الناجح.

وأن يكون له أهداف يسعى إلى تحقيقها ومنها: العمل على تخفيض تكاليف الإنتاج، وتقديم خدمة أفضل، وأن يسعى للحصول على نصيب أوفر من سوق الخدمة أو السلعة، وكذلك يجب أن يحتفظ بالعمالة التي تعمل معه، والتغلب على المنافسة، وأن يخلق علاقات حسنة مع المجتمع الذي يعيش فيه.

فمكونات النظام الإنتاجي سعي الإدارة إلى توجيه الجهود، وتحديد إطار عمل رقابي فعال، مع حسن استغلال الآلات والمعدات وحسن استغلال المواد الخام، والمحافظة على أفراد المجتمع كافة.

عند تحليل المشكلة تلاحظ الإدارة كثيراً من البدائل المتاحة، ويجب الاختيار بين البدائل التي تتناسب مع ظروف العمل، وتتعرف إلى أثر اختيار البديل على المعارضة التي يجدها في القسم من العمال أو زملاء العمل، أو أفراد المجتمع، وأن تتحمل الخسائر التي تنجم عن اختيار بديل غير مناسب سواء كانت ماله أم اجتماعيه أم في قطاع العمل وبين المنافسين.

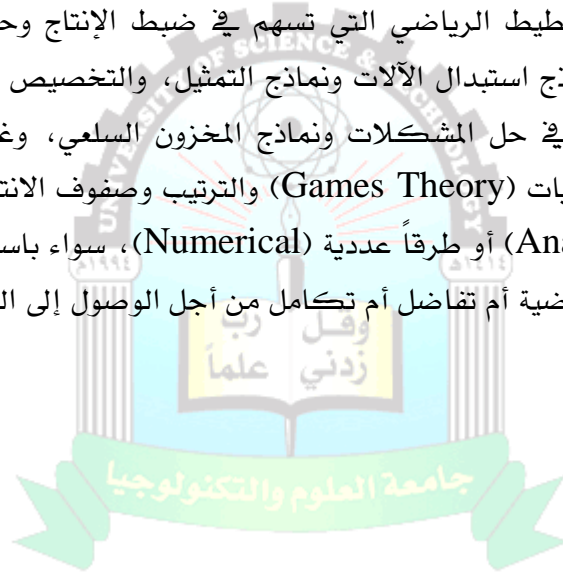
### أسئلة التقويم الذاتي:

1. ما العناصر المنطقية لصياغة المشكلة وتحديدها؟
2. عرف النموذج الرياضي، وحدد أهم متطلبات بناء النموذج ومكوناته.
3. اشرح كلاً من المفاهيم الآتية:
  - المتغيرات.
  - المعاملات.
  - دالة الأهداف.
  - القيود في النماذج الرياضية.

؟

ويجب تحديد المشكلة بمراجعة الأهداف من جوانب فنية ، ومراجعة تكاليف البدائل المتاحة ، وتحديد أساس قياس مناسب سواء أكان كمياً أو كيفياً أو وصفيًا ، ويتم الاختيار بين زيادة الأرباح الصافية أو تقليل مدة الحصول على السلعة أو الخدمة.

وتستخدم الإدارة نماذج إدارية مختلفة على وفق طبيعة المشكلة ، ومنها نماذج المشابهة (Iconic) أو الممثلة (Analogues) أو نماذج رمزية (Symbolic)، وقد تصل إلى استخدام طرق تحليلية، ومنها نماذج طبيعية (Physical) ونماذج مرسومة (Schematic)، وهي التي تسهم في تصميم العمل والتخطيط الأصلي للمشروع، وكذلك استخدام نماذج الإحصاء والرقابة على جودة الإنتاج وفي قياس العمل، ويتم الاستفادة منها في تصميم العمل، وتحديد طاقة الآلات والمعدات وفي أماكن التخزين وتصميم نظم الصيانة الدورية أو الوقائية أو الإصلاح ونماذج التخطيط الرياضي التي تسهم في ضبط الإنتاج وحل مشكلات التوزيع والنقل والمناولة، ونماذج استبدال الآلات ونماذج التمثيل، والتخصيص والتشغيل، واستخدام نماذج السمبليكس في حل المشكلات ونماذج المخزون السلعي، وغيرها من النماذج من استخدام نظرية المباريات (Games Theory) والترتيب وصفوف الانتظار، وهي ما تكون طرقاً تحليلية (Analytic) أو طرقاً عددية (Numerical)، سواء باستخدام رسوم بيانية أم استخدام معادلات رياضية أم تفاضل أم تكامل من أجل الوصول إلى الحل الأمثل لمشكلات العمل المتغيرة.



### 3. التخطيط الرياضي المستقيم:

يتطلب عمل أي جزء من وظائف الإدارة وجود هدف، وهو لا بد من التعرف إليه بغرض الوصول إليه، ووجود طرق بديلة، ووجود قيم، ويتم اتباع الطرق الآتية في معرفة الحلول المناسبة.

أولاً: استخدام طريقة الرسم البياني كأسلوب تخطيطي رياضي مستقيم لحل المشكلات التي تقابل الإدارة.

مثال:



منشأة تنتج سلعتين على مرحلتين إنتاجيتين متتاليتين، ويستغرق إنتاج وحدة من السلعة الأولى دقيقتين، وفي المرحلة الثانية (5) دقائق، ويستغرق الإنتاج من السلعة الثانية (3) دقائق من المرحلة الأولى ودقيقتين في المرحلة الثانية. فإذا علمت أن أقصى زمن متاح في كل مرحلة هو (60) ساعة، فما الكمية التي يجب إنتاجها حتى نحقق أقصى ربح ممكن؟ إذا عرفت أن ربح الوحدة الأولى (3) دنانير وربح الثانية (4) دنانير.

#### تدريب (1)



حول المتباينة  $x_1 + 2x_2 \leq 6$   
إلى معادلة

#### أسئلة التقويم الذاتي:

1. أعط تعريفاً مناسباً للبرمجة الخطية.
2. ما المقصود بكلمة برمجة وكلمة خطية؟
3. عدد مجموعات طرق نماذج البرمجة الخطية، واذكر خصائص كل مجموعة مع تسمية إحدى الطرق التي تنتمي لكل مجموعة.



### تدريب (3)

حول النظام الآتي للشكل القياسي:

قلل:

$$Z = 2x_1 + 4x_2$$

حسب القيود:

$$x_1 + 2x_2 = 10 \dots (1)$$

$$-2x_1 + 3x_2 \leq -5 \dots (2)$$

$$7x_1 - 5x_2 \leq 6$$

$x_1$  غير محددة

$$x_2 \geq 0$$



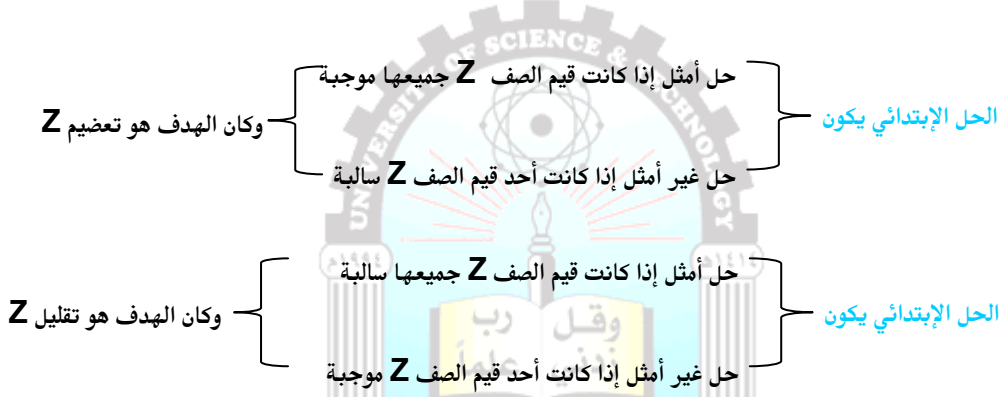
### طريقة السمبلكس في حل مشكلة البرمجة الخطية:

- الطريقة البيانية (الوحدة الأولى) تستخدم في حالة كون متغيرات المشكلة عددها متغيرين فقط (أي أنها لا تصلح إذا كان عدد متغيرات المشكلة أكثر من متغيرين)
- طريقة السمبلكس (موضوع هذه الوحدة) تستخدم في حل جميع المشكلات التي تحتوي على متغيرين فأكثر.
- معظم المشاكل الإدارية التي تواجهنا في حياتنا العملية ذات متغيرات متعددة (أكثر من متغيرين)
- التمارين التي قمنا بحلها في الوحدة الأولى (الطريقة البيانية) يمكن إعادة حلها مرة أخرى باستخدام طريقة السمبلكس لتعطي نفس النتائج.
- خطوات طريقة استخدام طريقة السمبلكس
- 1- وضع نموذج المشكلة في صورة قياسية معينة.
- 2- يتم في هذه الخطوة مايلي:
- نوجد حل ابتدائي ممكن بوضع المتغيرات الأصلية تساوي صفر ثم حل النموذج فنحصل على الحل الابتدائي الممكن.
- نحدد المتغيرات الأساسية والمتغيرات غير الأساسية

### 3- تكون جدولاً يلخص فيه مايلي:

- النموذج القياسي للمشكلة (معاملات المتغيرات).
- الحل الابتدائي.
- نسبة قيم الحل إلى معاملات العمود المحوري (الخطوة 5 التالية).
- المتغير الداخل والخارج
- العمود المحوري والصف المحوري.
- العنصر المحوري.
- المتغيرات الأساسية.

### 4- الحل الابتدائي الذي حصلنا عليه في الخطوة (2) يتم إختباره هل هو حل أمثل أم لا؟



### 5- تأتي هذه الخطوة في حالة ما يكون الحل الابتدائي ليس حل أمثل، ويتم في هذه الخطوة ما يلي:

- ❖ تحديد المتغير الداخل: وهو المتغير الذي يقابل أكبر قيمة سالبة في صف  $Z$  في حالة تعظيم  $Z$

أو هو المتغير الذي يقابل أكبر قيمة موجبة في صف  $Z$  في حالة تقليل  $Z$  ويسمى العمود المقابل له بالعمود المحوري.

- ❖ تحديد المتغير الخارج: وهو المتغير الاساسي الذي يقابل أقل قيمة موجبة من بين قيم نسبة الحل إلى معاملات العمود المحوري وهذا في حالة تعظيم  $Z$

أوهو المتغير الأساسي الذي يقابل أقل قيمة موجبة من بين قيم نسبة الحل إلى معاملات العمود المحوري وهذا في حالة تقليل  $Z$  ويسمى الصف المقابل له بالصف المحوري.

❖ تحديد عنصر تقاطع العمود المحوري مع الصف المحوري ويسمى العنصر المحوري.

#### 6- الانتقال إلى جدول جديد (مرحلة جديدة) وهو إمتداد للجدول السابق ويتم فيه:

- استبدال المتغير الداخل بالمتغير الخارج.
- عناصر الصف الجديد في المرحلة الجديدة المقابل للصف المحوري القديم هي ناتج قسمة عناصر الصف المحوري القديم على العنصر المحوري.
- عناصر العمود الجديد في المرحلة الجديدة المقابل للعمود المحوري القديم جميعها أصفار ماعدا العنصر المناظر للعنصر المحوري فهو يساوي 1.
- تحسب باقي عناصر المرحلة الجديدة من خلال العلاقة التالية:  
العنصر الجديد = العنصر القديم - (عنصر العمود المحوري المقابل للعنصر القديم  $\times$  عنصر الصف الجديد المقابل للعنصر الجديد)
- نصل إلى حل ممكن جديد ثم نكرر الخطوات إبتداءً من الخطوة رقم 4 حتى نصل إلى الحل الأمثل.

#### مثال (1):

منشأة تنتج سلعتين على مرحلتين إنتاجيتين متتاليتين، ويستغرق إنتاج وحدة من السلعة الأولى دقيقتين، وفي المرحلة الثانية (5) دقائق، ويستغرق الإنتاج من السلعة الثانية (3) دقائق من المرحلة الأولى ودقيقتين في المرحلة الثانية.

فإذا علمت أن أقصى زمن متاح في كل مرحلة هو (3600) ساعة، فما الكمية التي يجب إنتاجها حتى نحقق أقصى ربح ممكن؟ إذا عرفت أن ربح الوحدة الأولى (3) دنانير وربح الثانية (4) دنانير.

#### المطلوب:

حل هذه المشكلة بيانياً ثم حلها باستخدام طريقة السمبلكس

#### الحل:

أولاً باستخدام الطريقة البيانية :

- النموذج هو:

$$Max: z = 3x_1 + 4x_2$$

$$s.t: 2x_1 + 3x_2 \leq 3600$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 3600$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- تحول المتباينات إلى معادلات وترسم كل معادلة (قيد) على شكل واحدة

$$\Rightarrow 2x_1 + 3x_2 = 3600 \quad \& \quad 5x_1 + 2x_2 = 3600$$

$x_1$	0	1800
$x_2$	1200	0

$x_1$	0	720
$x_2$	1800	0

بعد رسم الخطين كما في الشكل (1) وتحديد المنطقة المظلمة (منطقة الحلول الممكنة) المشتركة المحددة بالنقاط a, b, c, d

(نقاط الحلول الأساسية) التي أحدها تمثل الحل الأمثل.

من أجل تحديد هذه النقطة التي تمثل الحل الأمثل كما ذكرنا سابقاً في الوحدة الأولى نوجد إحداثيات هذه النقاط فتكون الاحداثيات التي تعطي أعلى قيمة لدالة الهدف هي

نقطة الحل الامثل

احداثية النقطة d هي (0,0)  $\Leftarrow Z=0$

واحداثية النقطة a هي (720,0)  $\Leftarrow Z=2160$

واحداثية النقطة c هي (0,1200)  $\Leftarrow Z=4800$

واحداثية النقطة b يتم إيجادها بحل معادلتَي القيدين آنياً

فتكون  $x_1 = 327.3$  &  $x_2 = 981.8$

وتكون  $Z=4909.1$  وهي أعلى قيمة Z

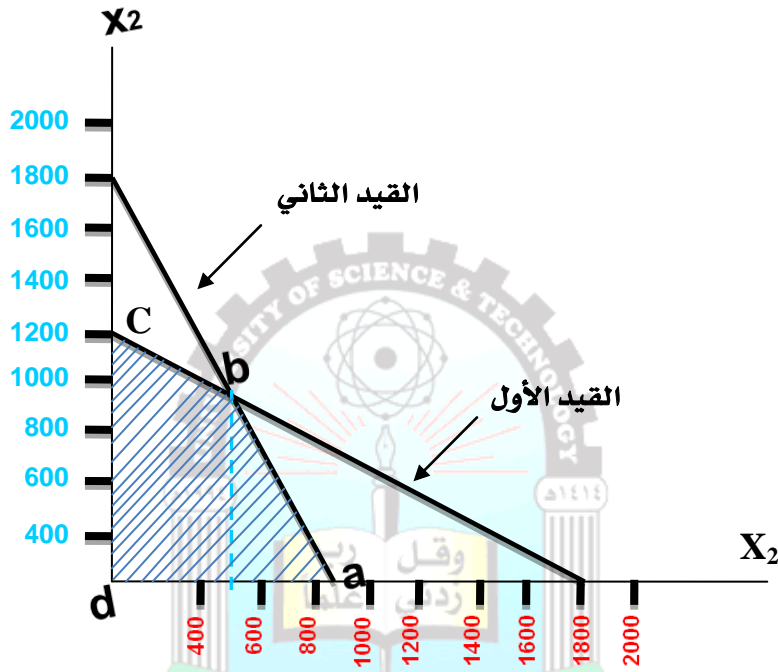
← الحل الأمثل هو:

$$Z=4909.1$$

$$X_1=327.3$$

$$X_2=981.8$$

وهو نفس الحل إذا ما استخدمنا خط دالة الهدف.



الشكل رقم (1) يوضح تمثيل القيدين

ثانياً: الحل باستخدام طريقة السمبلكس:

حسب خطوات استخدام طريقة السمبلكس يكون الحل كما يلي:

1- وضع النموذج في الصورة القياسية التالية:

$$\text{Max } z$$

$$z - 3x_1 - 4x_2 = 0$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 3600$$

$$5x_1 + 2x_2 + x_4 = 3600$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \quad \text{متغيرات راکدة } x_3, x_4$$

2- الحل الابتدائي:

نضع  $x_1, x_2 = 0$  بالتعويض في النموذج السابق

وهو الحل الابتدائي الممكن  $x_3 = 3600, x_4 = 3600, Z = 0$

إذاً  $Z, x_3, x_4$  هي متغيرات أساسية وتكون  $x_1, x_2$  متغيرات غير أساسية

3- الجدول:

المتغيرات الأساسية	معاملات المتغيرات					النسبة
	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	
Z	1	-3	-4	0	0	0
$x_3$	0	2	3	1	0	3600 1200
$x_4$	0	5	2	0	1	3600 1800
Z	1	-1/3	0	4/3	0	4800 النسبة
$x_2$	0	2/3	1	4/3	0	1200 1800
$x_4$	0	11/3	0	-2/3	1	1200 327.3
Z	1	0	0	42/33	3/33	4909.1
$x_2$	0	0	1	15/33	-6/33	981.8
$x_1$	0	1	0	-2/11	3/11	327.3

$Z = 4909.1$

$x_1 = 327.3$

$x_2 = 981.8$

4,5,6 موضحة في الجدول

من الجدول: المرحلة الأخيرة نلاحظ أن صف Z

إذاً الحل الذي وصلنا إليه في هذه المرحلة هو الحل الأمثل وهو

$$x_1 = 327.3, x_2 = 981.8, z = 4909.1$$

وهو نفس الحل بالطريقة البيانية السابقة

## مثال (2):

منشأة صناعية يمكنها إنتاج (3) سلع ، تمر كل منها بعدة مراحل إنتاجية ، وتصنع بخلطة من المواد الخام ولقد كانت الطاقة الإنتاجية للمراحل الثلاث كما يأتي:

البيان	عدد الآلات	عدد الدورات في الأسبوع	الوقت الاحتياطي
مرحلة (1)	4	25	10%
مرحلة (2)	6	20	15%
مرحلة (3)	5	12	5%

وكان الزمن اللازم لإنتاج كل سلعة كما يأتي:

البيان	الأولى	الثانية	الثالثة
الأولى	6	9	5
الثانية	4	4	صفر
الثالثة	صفر	6	8

وبالنسبة للمواد الخام كان ترتيب الوحدة من كل سلعة كنسبة مئوية من الوزن الكلي للسلعة :

البيان	الأولى	الثانية	الثالثة
الأولى	60%	40%	صفر
الثانية	50%	صفر	50%
الثالثة	40%	40%	20%

وكان الوزن المتاح لكل سلعة من السلع الثلاث شهرياً هو 280 ، 400 ، 600 ، كجم على التوالي ، فإذا علمت أن ربح الوحدة من السلع الثلاث هو 8 دنانير ، 10 دنانير ، و 7 دنانير ، على التوالي وأن الشهر 4.5 أسبوع وأن الوردية (8) ساعات.

المطلوب: ما حجم الإنتاج الأمثل الذي يحقق أقصى ربح ممكن؟

الحل :

حسب خطوات استخدام طريقة السمبلكس يكون الحل كما يلي:

## 1- وضع النموذج الرياضي .

دالة الهدف :

$$Max: z = 8x_1 + 10x_2 + 7x_3$$

s.t:

تحت القيود

$$6x_1 + 4x_2 \leq 3.240$$

$$9x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 3.672$$

$$5x_1 + 8x_3 \leq 2.052$$

$$0.6x_1 + 0.5x_2 + 0.4x_3 \leq 280$$

$$0.4x_1 + 0.4x_3 \leq 400$$

$$0.5x_1 + 0.2x_3 \leq 600$$

$$, x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

## 2- وضع النموذج في الصورة القياسية التالية .

$$Z = 8x_1 - 10x_2 - 7x_3 = 0$$

$$6x_1 + 4x_2 + x_4 = 3.240$$

$$9x_1 + 4x_2 + 6x_3 + x_5 = 3.672$$

$$5x_1 + 8x_3 + x_6 = 2.052$$

$$0.6x_1 + 0.5x_2 + 0.4x_3 + x_7 = 280$$

$$0.4x_1 + 0.4x_3 + x_8 = 400$$

$$0.5x_1 + 0.2x_3 + x_9 = 600$$

$$, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \geq 0$$

حيث  $x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$  متغيرات راکدة

3- نوجد الحل الابتدائي:

نضع  $x_1, x_2, x_3$  تساوي صفر ونعوض في النموذج

$$\Rightarrow Z = 0, x_4 = 3.240, x_5 = 3.672, x_6 = 2.052, x_7 = 280, x_8 = 400, x_9 = 600$$



إذاً  $x_1, x_2, x_3$  متغيرات أساسية وتكون  $z, x_4, x_5, x_6, x_7, 6x_8, x_9$

متغيرات غير أساسية

4- نكون جدول الحل كما يلي:

المتغيرات الأساسية	معاملات المتغيرات										النسبة
	z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	
<b>z</b>	1	-8	-10	-7	0	0	0	0	0	0	0
<b><math>x_4</math></b>	0	6	4	0	1	0	0	0	0	0	3.24
<b><math>x_5</math></b>	0	9	4	6	0	1	0	0	0	0	3.672
<b><math>x_6</math></b>	0	5	0	8	0	0	1	0	0	0	2.052
<b><math>x_7</math></b>	0	6/10	5/10	4/10	0	0	0	1	0	0	280
<b><math>x_8</math></b>	0	4/10	0	4/10	0	0	0	0	1	0	400
<b><math>x_9</math></b>	0	0	5/10	2/10	0	0	0	0	0	1	600
<b>z</b>	1	7	0	-7	10/4	0	0	0	0	0	8.1
<b><math>x_2</math></b>	0	6/4	1	0	1/4	0	0	0	0	0	0.81
<b><math>x_5</math></b>	0	3	0	6	-1	1	0	0	0	0	0.432
<b><math>x_6</math></b>	0	5	0	8	0	0	1	0	0	0	2.052
<b><math>x_7</math></b>	0	-0.15	0	4/10	0.475	0	0	1	0	0	279.6
<b><math>x_8</math></b>	0	4/10	0	4/10	0	0	0	0	1	0	400
<b><math>x_9</math></b>	0	-0.75	0	2/10	-1/8	0	0	0	0	1	599.6
<b>z</b>	1	10.5	0	0	1.33	1.17	0	0	0	0	8.604
<b><math>x_2</math></b>				0							0.81
<b><math>x_3</math></b>				1	-1/6	1/6	0	0	0	0	0.072
<b><math>x_6</math></b>				0							1.476
<b><math>x_7</math></b>				0							279.6
<b><math>x_8</math></b>				0							399.97
<b><math>x_9</math></b>				0							599.59

وحيث أن صف  $z$  في المرحلة الأخيرة كله موجب

إذاً نكون قد توصلنا الى الحل الأمثل في هذه المرحلة وهو كما يلي:

$$x_3 = 0.072, x_2 = 0.81, z = 8.604$$

$$x_8 = 799.97, x_7 = 279.6, x_6 = 1.476$$

$$x_9 = 599.59$$

### طريقة السمبلكس في تخفيض التكاليف:

في مشكلة تخفيض التكاليف سنقوم باستخدام طريقة السمبلكس الثنوية كونها تساعد على تقليص الحسابات وتبسيط الحل بشكل أفضل وأسرع.

وحيث أن هذه الطريقة لا تتطرق ولا تشترط حل ابتدائي أساسي ممكن

- تعمل هذه الطريقة بأسلوب مشابه لطريقة السمبلكس العادية إلا أن القواعد الخاصة بتحديد المتغير الداخل والخارج وشرط الأمثلية تختلف وتصبح كما يلي:  
شروط الأمثلية: أن تكون جميع الأطراف اليمنى للقيود غير سالبة وشرط الأمثلية في سطر دالة الهدف محققاً.

- تحديد المتغير الخارج: هو المتغير الذي يقابل السطر المحوري والي يتحدد (أي السطر المحوري) من خلال أعلى قيمة سالبة في الحدود المطلقة للقيود.

- المتغير الداخل: هو المتغير الذي يقابل أقل نسبة مطلقة من بين نسب عناصر الصف Z إلى عناصر الصف المحوري (بستثناء النسب التي يقابلها قيم موجبة أو صفرية).

ثم نتابع الحل كما في السمبلكس العادية

### خطوات طريقة السمبلكس الثنوية بشكل منفصل نوضحها بالمثال التالي:

تمرين (1): منشأة صناعية يمكنها إنتاج (3) سلع، تمر كل منها بعدة مراحل إنتاجية،

وتصنع بخلطة من المواد الخام ولقد كانت الطاقة الإنتاجية للمراحل الثلاث كما يأتي:

البيان	عدد الآلات	عدد الدورات في الأسبوع	الوقت الاحتياطي
مرحلة (1)	4	25	10%
مرحلة (2)	6	20	15%
مرحلة (3)	5	12	5%

وكان الزمن اللازم لإنتاج كل سلعة كما يأتي:

البيان	الأولى	الثانية	الثالثة
الأولى	6	9	5
الثانية	4	4	صفر
الثالثة	صفر	6	8

وبالنسبة للمواد الخام كان ترتيب الوحدة من كل سلعة كنسبة مئوية من الوزن الكلي للسلعة :

البيان	الأولى	الثانية	الثالثة
الأولى	%60	%40	صفر
الثانية	%50	صفر	%50
الثالثة	%40	%40	%20

وكان الوزن المتاح لكل سلعة من السلع الثلاث شهرياً هو 280، 400، 600، كجم على التوالي، فإذا علمت أن ربح الوحدة من السلع الثلاث هو 8 دنانير، 10 دنانير، و7 دنانير، على التوالي وأن الشهر 4.5 أسبوع وأن الوردية (8) ساعات.

المطلوب: ما حجم الإنتاج الأمثل الذي يحقق أقصى ربح ممكن؟ (الحل على الطالب)  
مثال (2): ليكن لدينا النموذج التالي :

$$\begin{aligned}
 \text{Min } z &= 30x_1 + 25x_2 + 20x_3 \\
 100x_1 &= 200x_2 + 300x_3 + 300x_3 \geq 3 \\
 500x_1 &= 400x_2 + 200x_3 \geq 2 \\
 400x_1 &= 250x_2 + 400x_3 \geq 4
 \end{aligned}$$

المطلوب : حل النموذج السابق باستخدام طريقة السمبلكس والسمبلكس الثانوية.

الحل:

بضرب القيود بـ (-1) وإضافة المتغيرات الراكدة:

$$\begin{aligned} \Rightarrow -100x_1 - 200x_2 - 300x_3 + s_1 &= -3 \\ -500x_1 - 400x_2 - 200x_3 + s_2 &= -2 \\ -400x_1 - 250x_2 - 400x_3 + s_3 &= -4 \\ z - 30x_1 - 25x_2 - 20x_3 &= 0 \end{aligned}$$

	x1	x2	x3	s1	s2	s3	الحل
z	-30	-25	-20	0	0	0	0
s1	-100	-200	-300	1	0	0	-3
s2	-500	-400	-200	0	1	0	-2
s3	-400	-250	-400	0	0	1	-4
z	-10	-12.5	0	0	0	-0.05	0.20
s1			0				0
s2			0				0
s3	1	0.625	1	0	0	-0.0025	0.01

إذاً الحل الأمثل هو  $z = 0.20$  ،  $x_3 = 0.01$

باستخدام الطريقة الثنوية (طريقة أخرى)

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= 30x_1 + 25x_2 + 20x_3 \\ 100x_1 + 200x_2 + 300x_3 &\geq 3 \\ 500x_1 + 400x_2 + 200x_3 &\geq 2 \\ 400x_1 + 250x_2 + 400x_3 &\geq 4 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{Max } z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3$$

$$\begin{aligned} 100x_1 + 500x_2 + 400x_3 &\leq 30 \Rightarrow 100x_1 + 500x_2 + 400x_3 + s_1 = 30 \\ 200x_1 + 400x_2 + 250x_3 &\leq 25 \Rightarrow 200x_1 + 400x_2 + 250x_3 + s_2 = 25 \\ 300x_1 + 200x_2 + 400x_3 &\leq 20 \Rightarrow 300x_1 + 200x_2 + 400x_3 + s_3 = 20 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow Z - 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0$$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	الحل	
$z$	-3	-2	-4	0	0	0	0	النسبة
$s_1$	100	500	400	1	0	0	30	.075
$s_2$	200	400	250	0	1	0	25	.1
$s_3$	300	200	400	0	0	1	20	.05
$z$	0	0	0	0	0	0.01	0.2	
$s_1$			0				10	
$s_2$			0				12.5	
$x_3$	.75	.5	1	0	0	.0025	.05	

إذاً الحل الأمثل يؤخذ من سطر  $z$

في المرحلة الأخيرة

$$Z = -20 \quad \& \quad s_3 = .01$$

حيث  $x_3$  & دخل بدلا عن  $s_3$

$$Z = .20 \quad \& \quad x_3 = .01$$

وهو نفس الناتج السابق

#### تدريب (4)

قلل :

$$Z = 2x_1 + 3x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 14$$

$$6x_1 + 2x_2 \geq 8$$

$$x_1 + 5x_2 \leq 4$$

$$x_1 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

#### أسئلة التقويم الذاتي:

1. ما مكونات النموذج العام للبرمجة الخطية؟
2. اذكر خطوات الحل بطريقة السيمبلكس.
3. كيف يمكن تحديد الهدف لتحقيق أكبر ربح ممكن؟



## تدريب (5)

ما تصورك لعدد الحلول المثلى بيانياً "أي: عندما يكون الحل الأمثل يمثل بأكثر من نقطة في المنطقة المتاحة"؟



## تدريب (6)

لماذا تكون  $Z_1$  موازية  $Z_2$



## تدريب (7)

عند استخدام طريقة الحل البسيط، ما عدد الحلول البديلة؟



## أسئلة التقويم الذاتي:

1. ضع النموذج العام لمسألة البرمجة الخطية على شكل مصفوفات.
2. عدد استخدامات البرمجة الخطية.
3. إلى ماذا يهدف النموذج الرياضي؟



## 6. تعظيم الربح والشفافية وتقدير الحساسية:

مثال:

تنتج منشأة ثلاثة منتجات تمر كل منها بخطة صنع كالآتي مع ثلاثة آلات تملكها المنشأة.

المنتج	زمن الوحدة بالدقائق على الآلة (أ)	آلة (ب)	آلة (ج)
الأولى	صفر	4	5
الثانية	3	0	4
الثالثة	5	6	صفر

والطاقة القصوى لكل آلة (150) ساعة أسبوعياً للمواد الخام، وكان تركيب المنتج من المنتجات الثلاثة كالنسبة من الوزن الكلي للمنتج كالآتي:

منتج / مواد خام	نسبة المواد الخام (1)	نسبة (2)	نسبة (3)
الأولى	35%	65%	صفر
الثانية	30%	30%	40%
الثالثة	55%	صفر	45%

وكان الحجم المتاح بالكيلوجرامات (400) كيلو جرام شهرياً.  
وكان الحجم الأقصى لكل المبيعات هو 1.000 ، 1.500 ، 2.000 وحدة شهرياً،  
وربح الوحدة: 3 دنانير ، 5 دنانير ، 4 دنانير ، فإذا علمت أن الشهر (4.5) أسابيع ، فما هو  
أكبر ربح ممكن ، إذا علمت أن الكمية المتاحة (40) كجم شهرياً.  
(تمرين على الطالب)



## تدريب (8)

مثل المسألة الواردة في المثال في أدناه أسئلة تقويم ذاتي (1) باستخدام الصف البسيط "حالة وجود حل متاح".



## أسئلة التقويم الذاتي:

$$1. \text{ عظم } z = 3x_1 + 2x_2$$

على وفق القيود :

$$2x_1 + x_2 \leq 2$$

$$3x_1 + 4x_2 \geq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2. قلل :

$$Z = 4x_1 + x_2$$

في ظل القيود:

$$Z = 4x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

## تدريب (9)

وضح ظاهرة القيود المكررة.



### أسئلة التقويم الذاتي:

1. باستخدام الطريقة البيانية وضح أنه لا يوجد حل مقبول = حل متاح للمسألة الآتية:

$$x_1 + 2x_2 \leq 15$$

$$5x_1 + x_2 \leq 20$$

$$x_1 + x_2 \geq 25$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2. كيف تتم صياغة المشكلة؟

3. ما تصورك لتعدد الحلول المثلى بيانياً " أي: عندما يكون الحل الأمثل بأكثر من نقطة في المنطقة المتاحة "

4. ما المقصود بكل من:

أ/ السمبلكس

ب/ تحليل الحساسية.

5. حل مسائل البرمجة الخطية الآتية باستعمال الطريقة البيانية:

$$z = 5x_1 + 3x_2 \text{ عظم}$$

حسب القيود :

$$3x_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 10$$



حاولت هذه الوحدة من مقرر بحوث العمليات عرض القسم الأول في موضوع استخدام الطريقة العلمية في الإدارة حيث إنه تنطلق فلسفة بحوث العمليات من استخدام المدخل العلمي لدراسة العمليات وتحليل المشكلات التي تواجهها وإيجاد الحلول المثالية لها.

لذلك فإن بحوث العمليات تعد إدارة مهمة تقدم لمتخذي القرارات المنهج والأسلوب العلميين لتحليل المشكلات واتخاذ القرارات.

أما تسلسل خطوات تطبيق بحوث العمليات فتتم وفقاً للطريقة العلمية بدءاً من الملاحظة والمشاهدة، وتجميع المعلومات، ثم صياغة المشكلة وتحديد عناصرها، يلي ذلك بناء النموذج الرياضي. ثم تحليل النموذج وإيجاد الحل المثالي، وأخيراً تنفيذ الحل وتقييم النتائج. أما النموذج الرياضي فهو عبارة عن تمثيل تجريدي للمشكلة يتكون من مجموعة من الصيغ الرياضية التي تعكس العلاقات بين متغيرات المشكلة.

وتصنف بحوث العمليات بشكل عام إلى أربع مجموعات كبيرة هي: أساليب البرمجة الخطية، وأساليب دراسة الاحتمالات، وأساليب التحليل الشبكي، والأساليب الرياضية الأخرى. وبينما تستخدم أساليب البرمجة الخطية في ظروف التأكد فإن أساليب دراسة الاحتمالات تستخدم في ظروف عدم التأكد، حيث تكون متغيرات المشكلة ونتائج حلها ذات طبيعة احتمالية، وأما أساليب التحليل الشبكي فتستخدم في إدارة المشروعات وتضم أساليب يمكن استخدامها في ظروف التأكد وأخرى تستخدم في ظروف عدم التأكد.

أما القسم الثاني من هذه الوحدة، فهو التخطيط الرياضي المستقيم - حيث يتطلب عمل أي جزء من وظائف الإدارة وجود هدف وهو ما لا بد من التعرف عليه، بغرض الوصول إليه، ووجود طرق بديلة، ووجود قيم، ومن الطرق المستخدمة طريقة الرسم البياني كأسلوب تخطيطي رياضي مستقيم لحل المشكلات التي تقابل الإدارة. فالبرمجة الخطية هي أسلوب علمي واسع الانتشار ساعدت وتساعد على اتخاذ القرار الإداري المناسب وهي جزء رئيس مما يسمى بالبرمجة الرياضية.

ويتكون النموذج الخطي للمسألة من دالة الهدف والقيود وهي دالات خطية، وقد تكون دالة الهدف دالة تعظيم أو دالة تقليل موضوعة على عدد من القيود على شكل متباينات أكبر أو يساوي أو أقل أو يساوي أو معادلات.

لحل مسألة البرمجة الخطية تتبع الخطوات الآتية:

❖ حصر النموذج الخطي للمسألة، القيود ودالة الهدف.

❖ استخدم إحدى الطريقتين الآتيتين:

أ- طريقة الرسم البياني

ب- طريقة الصنف البسيط سمبلكس.

كما تناولت هذه الوحدة من مقرر "بحوث العمليات" طريقة السمبلكس - الشفافية وتقدير الحساسية.

أوصيك الآن بمراجعة الأهداف التعليمية المشار إليها في هذه الوحدة، هل باستطاعتك الآن تحقيق تلك الأهداف؟

إذا كان جوابك نعم، فقد استوعبت موضوع هذه الوحدة، وإلا فقم بدراسة الوحدة دراسة متأنية بما في ذلك الأمثلة والتدريبات ثم يمكنك مقارنة استيعابك بالملخص الآتي:

هناك مسألتان للبرمجة الخطية: إحداها تسمى المسألة الأساسية، والأخرى تسمى المسألة المزدوجة "المقابلة"، ومن الممكن التحويل من إحدى الصيغتين إلى الأخرى بسهولة. تتلخص طريقة التحويل باعتبار المسألة الأولى بالأساسية وتحويلها إلى الشكل القياسي ثم إتباع ما يأتي:

❖ تحويل دالة التعظيم إلى دالة تقليل.

❖ كل قيد في المسألة الأساسية يقابله متغير في المسألة المزدوجة والعكس صحيح.

كما تضمنت الوحدة تدريبات وأمثلة محلولة حلاً نموذجياً بطريقة الصف البسيط المقابل الذي يبدأ بتحويل المتباينات على شكل  $\geq$  أكبر من أو يساوي إلى  $\leq$  أصغر من أو يساوي بضربها في  $-1$ ، وهذا يؤدي إلى أن يتحول الحل الأولي "الابتدائي" إلى حل غير متاح مما يستدعي تحويل الحل الناتج إلى حل متاح مع المحافظة على بقاء الحل الأمثل. أرجو متابعة خطوات الحل من خلال الأمثلة والتدريبات متابعة دقيقة.

أما تقدير الحساسية فيعني مدى تأثير الحل الأمثل بالمتغيرات التي تطرأ على المسألة الأساسية، ويمكن إجراء ذلك دون اللجوء إلى مسألة البرمجة الخطية من البداية، وتشمل ما يأتي:

- تحديد مجال ثبوت الحل الأمثل عند تغيير الطرف الأيمن للقيود "الحد الأدنى والأعلى".
  - تحديد مجال ثبوت الحل الأمثل عند تغيير معاملات دالة الهدف "الحد الأدنى والأعلى".
  - تحديد أثر إضافة "حذف" متغيرات "أنشطة" جديدة على الحل الأمثل.
  - تحليل أثر معاملات المتغيرات في الطرف الأيسر من القيود "الكميات المستخدمة من الموارد في الأنشطة المختلفة".
- مرة أخرى نأمل أن تكون قد انتفعت بتلك الوحدة، وتقوم بتطبيق فحواها في مجال عملك في المستقبل، مع الدعاء لك بالتوفيق.



## 9. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية الثالثة:

عزيزي الدارس، تتناول الوحدة الآتية موضوع المسائل الخاصة في البرمجة الخطية، وتشمل مشكلات النقل والنقل العابر.

تتعلق مشكلة النقل بإيجاد الحل الأمثل "أقل التكاليف" لنقل كمية من سلعة معينة "مورد معين" من عدد من مراكز الإنتاج Sources إلى عدد من مراكز التوزيع Destination بهدف سد احتياجات هذه المراكز.



**تدريب (1)**

بما أن المتباينة على شكل  $\leq$  أقل من أو يساوي، أي: أن الطرف الأيسر قد يكون أقل من الطرف الأيمن نضيف متغيراً مكملاً إلى الطرف الأيسر "سنرمز له بالرمز  $S_1$ ، حيث  $S_1$  تشير إلى رقم القيد لتصبح على الشكل الآتي:

$$x_1 + 2x_2 + S_1 = 6 \quad \text{حيث } S_1 \text{ يمثل المتغير المكمل.}$$

وتصبح قيمة  $S_1=0$

**تدريب (2)**

رياضياً هذه المسألة تكافئ:

$$\text{قلل } z = 2x_2 + 4x_3$$

**تدريب (3)**

أ- اضرب القيد الثاني ب (-1)

اطرح المتغير المكمل  $S_2$  من الطرف الأيسر للقيد الثاني.

ج- اضرب متغير فائض  $S_3$  إلى الطرف الأيسر.

$$\text{د- عوض بدل } z = 2x_2 - 2x_1 - x_1$$

**تدريب (4)**

$$x_1 = 817 - x_2 = 471 - z = 4$$

**تدريب (5)**

يعبر عن ذلك بيانياً بأن تكون دالة الهدف موازية لأحد القيود، أي: أن نقاط الحل الأمثل هو لا نهائي Infinite .

**تدريب (6)**

بما أن التغير الذي حصل في معادلة دالة الهدف يشمل الطرف الأيمن فقط. لذلك عند رسم خطين مثل " $z_1$  ,  $z_2$ " يختلفان في الطرف الأيمن فإن لهما الميل نفسه:

$$\text{الميل يساوي} = \frac{\text{معامل } x_1}{\text{معامل } x_2} = \text{مقدار ثابت}$$

ويختلف بعدهما عن نقطة الأصل بسبب اختلاف الطرف الأيمن.

## تدريب (7)

حالة وجود قيود مكررة:

يتضح أحياناً وخاصة عند رسم القيود إمكانية حذف بعضها دون التأثير في المنطقة المتاحة للمسألة، ومعنى ذلك أن القيد مكرر فلن يؤثر في الحل الأمثل – القيد المكرر Redundant Constraint عبارة عن تجميع خطي للقيود الأخرى في المسألة





**بحوث العمليات Operation Research**

هي مجموعة من الأساليب والطرق المستمدة من العلوم الرياضية والإحصائية، وتستخدم على وفق منهج محدد لدراسة العمليات وتحليل المشكلات التي تواجهها بهدف إيجاد الحل الأمثل لهذه المشكلات.

**البدايل Alternative**

وتسمى الحلول البديلة، وتمثل مجموعة الحلول الممكنة لمشكلة معينة، و يتم تقويمها على وفق منهج محدد لاختيار الحل الأمثل.

**المعاملات Parameters**

هي القيم الثابتة في المعادلات الرياضية للنموذج.

**النظام Systems**

هو مجموعة مرتبة من العناصر "المرتبطة معاً" لتقوم بوظيفة معينة أو لتحقيق هدفاً محدداً.

**نظرية القرار Decision**

أحد أساليب بحوث العمليات، وتستخدم لتحليل المشكلات واتخاذ القرارات في ظروف عدم التأكد ودراسة احتمالات نتائجها.

**دالة الهدف Objective Function**

عبارة عن علاقة رياضية تمثل الهدف المنشود من حل المشكلة، وهي أحد أجزاء النموذج الرياضي للمشكلة.

**الطريقة العلمية لحل المشكلات Scientific Method**

هي الطريقة التي تعتمد في حل المشكلات استناداً إلى المنطق العلمي الذي يقود الباحث من الملاحظة والملاحظة وتجميع المعلومات إلى صياغة المشكلة وتحديدها، ثم بناء النموذج الرياضي المناسب، الذي يستخدم لتحليل المشكلة واختبار الفروض الموضوعه، للوصول إلى الحل الأمثل.

## - القيود Contents

هي مجموعة من المعادلات أو المتباينات الرياضية تمثل إما الموارد المحدودة في المشكلة أو الحدود الدنيا المطلوبة للأنشطة المختلفة، وتعد جزءاً أساسياً من النموذج الرياضي في أساليب البرمجة الرياضية.

## - المتغيرات Variables

هي ما تعبر عنه الرموز الرياضية المستخدمة لتمثيل عوامل المشكلة في النموذج الرياضي. وسميت بالمتغيرات لأنها يمكن أن تأخذ قيماً مختلفة، وتصنف المتغيرات إلى متغيرات تابعة ومتغيرات مستقلة. وتحدد قيم المتغيرات التابعة في ضوء القيم التي تأخذها المتغيرات المستقلة، فلا تتعلق أو ترتبط بأي عوامل ضمن النموذج.

## - نظام المعلومات الإداري MIS

نظام يهدف إلى تزويد متخذي القرار الإداري في المؤسسات بالمعلومات اللازمة لهم، وذلك عن طريق جمع البيانات ومعالجتها وتخزينها وإيصالها للمستفيدين منها من خلال استخدام الحواسيب في هذه العمليات.

## - النموذج Model

وهو عبارة عن تمثيل تجريدي للحالة أو العملية التي تجري دراستها، بشكل معادلات رياضية أو بشكل بياني أو مادي.

## - برمجة خطية Linear Programming

أحد أساليب بحوث العمليات ذات الدوال الخطية.

## - تحليل Degeneracy

حالة وجود أكثر من حل عندما يكون أحد المتغيرات الأساسية في جدول الحل الأمثل يساوي صفراً.

## - تعظيم Maximization

إيجاد قيمة المتغيرات التي تعظم دالة الهدف ما أمكن.

## - تقليل "تصغير" Minimization

إيجاد قيمة المتغيرات التي تقلل دالة الهدف ما أمكن.

الحل الذي يعبر عن نقطة الأصل "دالة الهدف = صفر"

### - حل أمثل "الأفضل" Optional Solution

الحل النهائي الذي يمثل أفضل دالة هدف.

### - حل غير متاح "غير ممكن - غير مقبول" Invisible Solution :

الحل الناتج عن عدم تحديد منطقة متاحة للحل من القيود في آن واحد.

### - حل غير محدد "غير محدود" Unbounded Solution

أن تكون دالة الهدف "أو المنطقة المتاحة" غير محددة.

### - الحل المتاح "ممكن - مناسب" Feasible Solution

الحل الذي يحقق جميع قيود المسألة ويكون موجباً

### - دالة الهدف Objective Function

دالة تمثل أعظم الأرباح أو أقل التكاليف.

### - طريقة بيانية Graphical Method

إحدى الطرق لحل مسائل البرمجة الخطية التي تحتوي على متغيرين باستخدام الرسم البياني.

### - طريقة الصف البسيط "سيمبلكس" Simplex Method :

طريقة جبرية لحل مشكلات البرمجة الخطية بطريقة دورانية.

### - طريقة الحذف Elimination Method :

إحدى الطرق لحل المعادلات الآنية.

### - عنصر المحور "الارتكاز" Pivot Element :

العنصر الواقع عند تقاطع عمود المحور مع صف المحور.

### - متباينة Inequality :

عكس المساواة.

### - متغير خارج Leaving Variable :

متغير أساسي يخرج من قاعدة الحل للحصول على حل أفضل عند بناء الجدول الجديد.

### - متغير داخل Entering Variable :

متغير غير أساسي يدخل إلى قاعدة الحل لتحسين الحل في الجدول التالي.

### - متغيرات فائضة "مضافة" Surplus Variables :

متغير يطرح من الطرف الأيسر ليصبح مساوياً للطرف الأيمن.

- متغيرات مكملة "عاطلة - راكدة - خاملة" **Variables Slack** :  
متغير يضاف إلى الطرف الأيسر ليصبح مساوياً للطرف الأيمن.
- تحليل الحساسية **Sensitivity Analysis** :  
مدى تأثير الحل الأمثل بالمتغيرات التي تطرأ على المسألة الأصلية.
- شرط أمثلية الحل **Optimality Condition** :  
الشرط الواجب تحقيقه لتصبح قيمة دالة الهدف أفضل ما يمكن.
- شرط الحل المتاح أو الممكن "شرط إتاحة الحل" **Feasibility Condition** :  
أن تكون جميع قيم المتغيرات موجبة.



1. إبراهيم أحمد أونور، بحوث العمليات- مفاهيم نظرية وتطبيقية (الخرطوم: دن، دت).
2. أحمد سرور محمد، إدارة الإنتاج (القاهرة: مكتبة عين شمس، 1990).
3. أحمد سرور محمد، وآخرون. إدارة العمليات ( القاهرة: مكتبة عين شمس، 1999م).
4. أحمد سرور محمد، بحوث العمليات في الإدارة ( القاهرة: مكتبة عين شمس، 1987م).
5. أحمد سرور أحمد، محاضرات في بحوث العمليات (القاهرة: كلية التجارة وإدارة الأعمال، جامعة حلوان 1988م).
6. حمدي طه، مقدمة في بحوث العمليات، تعريب: أحمد حسين على حسين ( الرياض: دار المريخ للنشر، 1996م).
7. دالحنوي، محمد صالح، وماضي، محمد توفيق، بحوث العمليات في تخطيط ومراقبة الإنتاج ( الإسكندرية: الدار الجامعية، 1996م).
8. على العلاونة، وآخرون ، بحوث في العمليات في العلوم التجارية ( الأردن، عمان: دار المستقبل للنشر والتوزيع، 2000م).
9. مصطفى، أحمد سيد، إدارة الإنتاج والعمليات في الصناعة والخدمات ( القاهرة: الأنجلو مصرية، 1993م).
10. ماضي، محمد توفيق، إدارة الإنتاج والعمليات- مدخل اتخاذ القرارات ( الإسكندرية: الدار الجامعية، 1996م).
11. جلال الأشعري، 2010، بحوث العمليات ، محاضرات ، جامعة صنعاء.
12. Steven Son. W.J. Production & Operation Management (London: Richard Irwin 1996).
13. Hamdy .A.Taha. Operation Research & Introduction (London: Prentice Hall. Inc. 1997).

# الوحدة الثالثة

3

نماذج النقل



## محتويات الوحدة

الصفحة	الموضوع
84	1. المقدمة.....
84	1.1 تمهيد.....
84	2.1 الأهداف.....
85	2. نماذج النقل.....
99	3. الخلاصة.....
100	4. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية الرابعة.....
101	5. إجابات التدريبات.....
102	6. مسرد المصطلحات.....
103	7. المراجع.....





### 1.1 التمهيد:

#### عزيزي الدارس،

مرحباً بك في الوحدة الثالثة من مقرر بحوث العمليات، و تدرس فيها مشكلات النقل. وتعد مشكلة النقل من المشكلات المهمة المتعلقة بالبحث عن الاستخدام الأمثل للموارد وإيجاد الخطط المثلى لعمليات النقل والتوزيع سواء كان ذلك على مستوى الأفراد أم على مستوى منظمات العمل أم على مستوى الاقتصاد الوطني كله. من خلال متابعتك عزيزي الدارس للأمثلة التطبيقية المجاب عنها ستقف على خصائص وطبيعة مشكلات النقل وتطبيقاتها واستخداماتها المختلفة. إلى جانب الحالات التطبيقية المجاب عنها ستجد في ثنايا هذه الوحدة أسئلة تقويم ذاتي وتدريبية ترد إجاباتها في نهاية هذه الوحدة. كما ذيلنا هذه الوحدة بمسرد للمصطلحات العلمية. أهلاً بك مرة أخرى في هذه الوحدة، ونرجو أن تستمتع بدراستها، وأن تستفيد منها، وأن تشاركنا في نقدها وتقييمها.

### 2.1 أهداف الوحدة:

عزيزي الدارس، بعد فراغك من دراسة هذه الوحدة ينبغي أن تكون قادراً على

أن:

1. تعرف مشكلات النقل وكيفية استخدامها.
2. تستخدم نماذج النقل في إيجاد الحلول المثلى لمشكلات التوزيع.
3. تختار برامج الإنتاج الأقل تكلفة.
4. تعرف طرق حل النماذج الرياضية لمشكلة النقل.
5. تلم بكيفية تحسين الحل.



### طرق النقل (نموذج النقل)س:

- طرق النقل هي أحد طرق البرمجة الخطية، فهي تعالج مشاكل كثيرة في الإدارة. وتمتاز طريقة النقل عن باقي الطرق بأن متغيراتها كثيرة وقيودها كثيرة حيث يكون من الصعب حلها باستخدام باقي الطرق (السبيلكس، البيانية).
- فكرة ومفهوم طريقة النقل يمكن إيضاحها كما يلي:

مناطق الانتاج (المصدر) ويرمز له بالرمز  $S_i$  مناطق الاحتياج (الغاية) ويرمز لها بالرمز  $D_i$

$S_1$ ينتج السلعة $a_1$	$D_1$ يحتاج $b_1$
$S_2$ ينتج السلعة $a_2$	$D_2$ يحتاج $b_2$
$S_m$ ينتج السلعة $a_m$	$D_n$ يحتاج $b_n$

ونريد نقل السلع من مصادرها المختلفة إلى مناطق الاحتياج المختلفة بتكاليف نقل هي

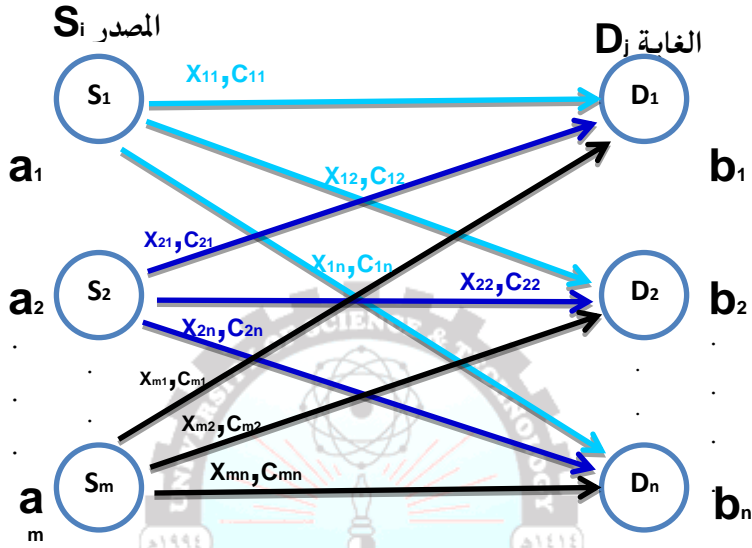
$C_{ij}$

فإن متغيرات هذه المشكلة هي عدد الوحدات  $X_{ij}$  التي يجب نقلها من المصدر  $S_1$  إلى

الغاية  $D_j$

وتكون  $C_{ij}$  و  $b_j$  و  $a_i$  معالم معطاه.

ويمكن تمثيل ما سبق بالمخطط التالي:



- شرط ضروري أن تلبى المصادر الغايات (يجب أن يكون مجموع الطاقة الإنتاجية = الطاقة التخزينية)
- شرط ضروري في مشكلة النقل هو أن تكون عدد المصادر + عدد الغايات = 1
- يساوي عدد الخلايا المشغولة (عدد المتغيرات في الحل الابتدائي الممكن) وذلك من أجل تحسين الحل الابتدائي الممكن.

تمثل مشكلة النقل كما جرت العادة بجدول كما يلي:

الغاية $D_i$ المصدر $S_i$	$D_1$	$D_2$	.....	$D_n$	المتوفر في المصدر
$S_1$	$x_{11}$ $C_{11}$	$x_{12}$ $C_{12}$	.....	$x_{1n}$ $C_{1n}$	$a_1$
$S_2$	$x_{21}$ $C_{21}$	$x_{22}$ $C_{22}$	.....	$x_{2n}$ $C_{2n}$	$a_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$S_m$	$x_{m1}$ $C_{m1}$	$x_{m2}$ $C_{m2}$	.....	$x_{mn}$ $C_{mn}$	$a_m$
المطلوب في الغاية	$b_1$	$b_2$	.....	$b_n$	$\sum a_i$ $\sum b_j$

جدول رقم (1)

من الجدول السابق يتم بناء النموذج (نموذج النقل) كما يلي:

- تكاليف النقل الكلية هي:  $Z$  (دالة الهدف)

$$\Rightarrow Z = (C_{11}x_{11} + C_{12}x_{12} + \dots + C_{1n}x_{1n}) + (C_{21}x_{21} + C_{22}x_{22} + \dots + C_{2n}x_{2n}) + \dots + (C_{m1}x_{m1} + C_{m2}x_{m2} + \dots + C_{mn}x_{mn})$$

أي أن:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij}$$

- القيود الهيكلية هي:

$$x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} \leq a_1$$

$$x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} \leq a_2$$

$$x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} \leq a_m$$

قيود على المصادر

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad \text{أي أن}$$

And

$$\left. \begin{array}{l} x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} \geq b_1 \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} \leq b_2 \\ x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} \geq b_n \end{array} \right\} \text{قيود على الغاية}$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j \quad \text{أي أن}$$

القيود اللاسالبية هي:  $x_{ij} \geq 0$  أي أن  $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{mn} \geq 0$

- إذا كانت المصادر لا تلبي الغايات (ما ينتج أقل مما يطلب في المخازن مثلاً) في هذه الحالة نضيف مصدراً وهمياً بتكلفة = صفر حتى يتساوى المصادر مع الغاية. والعكس إذا كانت المصادر تزيد على الغايات يتم إضافة غاية وهمية بتكلفة صفر.

- الخلية الداخلة: هي خلية فارغة تملك أقل قيمة سالبة لـ  $I_{ij}$ .  
الخلية الخارجة: تحدد على مرحلتين هما:

1- الانتقال من الخلية الداخلة بمسار إلى أول خلية مشغولة بشكل عمودي ثم تنتقل بشكل أفقي إلى أول خلية مشغولة ثم عمودياً إلى أول خلية مشغولة وهكذا حتى نصل إلى خلية مشغولة على نفس سطر الخلية الداخلة ثم نصل إلى الخلية الداخلة فنحصل على مسار مغلق يسمى مسار الخلية الداخلة.

2 - الخلايا التي مررنا بها تعطي إشارة مترددة الأولى (+) ثم (-) بشكل متتالي ثم نحدد الخلية التي تحمل أقل قيمة سالبة ونقوم بإضافتها إلى قيم الخلايا التي تحمل الإشارة (+) ثم نطرحها من الخلايا التي تحمل إشارة سالبة فتصبح الخلية التي أضفناها وطرحناها فارغة وهي الخلية الخارجة (أي أن الخلية التي تصبح فارغة هي الخلية الخارجة).

- خلية الركن الشمالي الغربي هي أول خلية في الجدول من على اليسار.

**خطوات حل مشكلة النقل:**

1- وضع المشكلة في جدول واستكمالها إذا ما كان  $\sum a_i > \sum b_j$  أو العكس بإضافة مصدر وهمي بتكلفة = صفر، أو إذا كان العكس إضافة غاية وهمية بتكاليف = صفر.

2- إيجاد الحل الابتدائي الممكن (نستخدم طريقة الركن الشمالي الغربي لإيجاد).

3- إيجاد مؤشرات لتقويم الخلايا الفارغة وذلك كما يلي:

نفرض وجود قيمة وحدة زائدة في المصدر  $S_i$  وهي  $U_i$

ونفرض وجود قيمة وحدة زائدة في الغاية  $D_i$  وهي  $V_i$

فيكون مؤشر تقويم الخلية الفارغة  $(S_i, D_i)$  هو :

$$I_{ij} = C_{ij} - U_i - V_i \text{ لجميع الخلايا الفارغة.}$$

حيث  $C_{ij}$  هي تكاليف الخلايا المشغولة.

4- إذا كان  $I_{ij} \geq 0$  لجميع الخلايا الفارغة فإن الحل يكون حل أمثل عندما تكون المشكلة

هي تصغير ويكون الحل أمثل في حالة المشكلة «تعظيم» عندما  $I_{ij} \leq 0$  لجميع الخلايا

الفارغة.

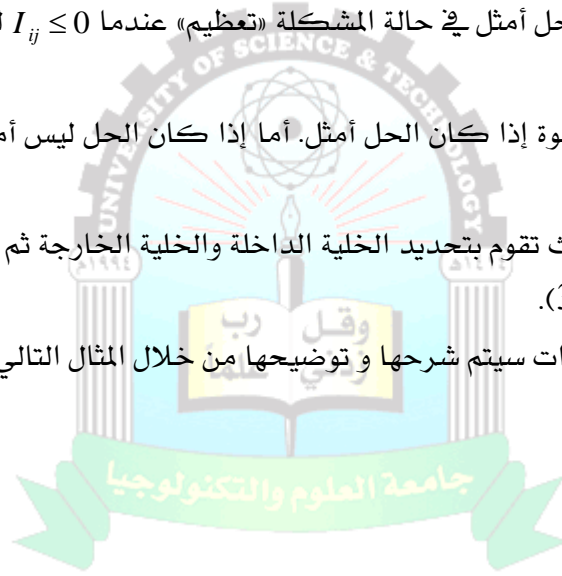
تتوقف عند هذه الخطوة إذا كان الحل أمثل. أما إذا كان الحل ليس أمثلاً ننتقل إلى الخطوة

التالية:

5- تحسين الحل: حيث تقوم بتحديد الخلية الداخلة والخلية الخارجة ثم تجرى عملية التحسين

ثم ننتقل إلى الخطوة (3).

- تفاصيل هذه الخطوات سيتم شرحها و توضيحها من خلال المثال التالي:



مثال: لنفترض وجود ثلاثة مراكز استهلاك ويبين الجدول في أدناه البيانات الخاصة بالطاقات وتكاليف النقل بين هذه المراكز:

مراكز التوريد	طاقة المراكز "التوريد بالطن"	مراكز التوزيع		
		1	2	3
A	150	6 8		10
B	175	7 11		11
C	275	4 5		12
حجم طلب مراكز الاستهلاك بالطن		200	100	300

الحل:

1- نكون الجدول ونلاحظ أن الجدول مستكمل حيث  $\sum a_i = \sum b_j = 600$

جدول رقم 4:

$D_i$ $S_i$ الاستهلاك التوريد	D1	D2	D3	طاقة التوريد
	6 8	10		
S1	150 7	11	11	150
S2	50 4	100 5	25 12	175
S3			275	275
طلب الاستهلاك	200	100	300	600

الحل الابتدائي الممكن هو  $x_{11}=150, x_{21}=50, x_{22}=100, x_{23}=25, x_{33}=275$

تكاليف النقل  $z = 5925$

نلاحظ أن عدد المتغيرات في هذا الحل هي 5 وهي تساوي عدد مراكز الإستهلاك + عدد مراكز التوريد - 1 وهذا هو الشرط الضروري لتحسين هذا الحل.

- الخطوة الثانية: إختبار الحل الإبتدائي هل هو حل أمثل وعليه نحسب مؤشر الخلايا الفارغة.

نضع  $u_1=0$  وعليه فإن الخلية المشغولة الأولى هي  $(S_1, D_1)$  فيها  $C_{11}=6$  وتقابل  $u_1, v_1$

$$\Rightarrow 0 + v_1 = 6 \quad \text{إذاً } u_1 + v_1 = C_{11}$$

وهكذا باقي الخلايا المشغولة

$$\Rightarrow v_1 = 6$$

كما في الجدول التالي  $\Rightarrow u_2=1, u_3=2, v_2=10, v_3=10$

ويكون المؤشر هو  $I_{ij} = C_{ij} - u_i - v_j$  لجميع الخلايا الفارغة ،  $C_{ij}$  تكاليف الخلايا الفارغة.  
 $\Rightarrow I_{12} = -2, I_{13} = 0, I_{31} = -4, I_{32} = -7$

جدول رقم 5:

$D_i \backslash S_i$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	الطاقة	$u_i$
$S_1$	150 6	100 8	10 10	150	$u_1=0$
$S_2$	50 7	100 11	25 11	175	$u_2=1$
$S_3$	4	5	275 12	275	$u_3=2$
الطلب	200	100	300	600	
$v_i$	$V_1 = 6$	$V_2 = 10$	$V_3 = 10$		

من هذا الجدول الأخير يكون الحل الحسن هو:  $z=5725$

$$x_{11}=50, x_{12}=100, x_{21}=150, x_{23}=25, x_{33}=275$$



وهذا الحل هو أفضل من الحل الأول حيث أن الفارق بينهم هو  $5925 - 5725 = 200$   
وهذا الفارق ما هو إلا حاصل ضرب  $|I_{12}| = 2$  في عدد الوحدات المنقولة (100)

وهذا الحل الأخير فيه عدد الخلايا المشغولة 5 خلايا وبالتالي الشرط الضروري متوفر.  
إذاً هذا الحل قابل للتحسين ما لم يكون هذا الحل أمثل  
إذاً نختبر الحل هل هو أمثل بنفس الطريقة السابقة:

$$\Rightarrow u_1 = 0, v_1 = 6, v_2 = +, v_3 = 10, u_2 = 1, u_3 = 2$$

كما في الجدول التالي:

$$I_{13} = 0, I_{22} = 2, I_{31} = -4, I_{32} = -5$$

إذاً الحل ليس أمثل ويتم تحسين الحل كما سبق وكذلك الجدول الذي يظهر المسار المغلق.

$D_i \backslash S_i$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	الطاقة	$u_i$
S1	50 6	100	10	150	$U_1=0$
S2	7 150-	1	+25 11	175	$U_2=1$
S3	+ 4	5	-275 21	275	$U_3=2$
الطلب	200	100	300	600	
$v_i$	$V_1 = 6$	$V_2 = 8$	$V_3 = 10$		

وينتج لنا الجدول التالي:

$S_i \backslash D_i$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	الطاقة	$u_i$
S1	50 6	100	10	150	$U1=0$
S2	7	1	175 11	175	$U2=1$
S3	4	5	125 21	275	$U3=2$
الطلب	200	100	300	600	
$v_i$					

إذاً الحل الحسن هو :

$$x_{11} = 50, x_{12} = 100, x_{23} = 175, x_{31} = 150, x_{33} = 125$$

وهذا أفضل من الحل السابق بمقدار 600  
ثم يختبر هذا الحل بنفس الطريقة السابقة حتى تصل إلى الحل الأمثل الذي عنده  
يكون جميع  $I_{ij}$  موجبة.

مصنع يقوم بإنتاج (3) سلع في أقسام إنتاجية فإذا علمت أن الطاقة الإنتاجية للأقسام الثلاثة في الوقت العادي أو الوقت الإضافي إذا تبين لك البيانات التالية:

الأولى: وقت عادي 3,000 ووقت إضافي 2,000 ساعة

الثاني: وقت عادي 2,500 ووقت إضافي 1,500 ساعة

الثالث: وقت عادي 1,000 ووقت إضافي صفر ساعة.

وتكلفة الإنتاج للوحدة الواحدة في كل قسم إنتاجي، وبأن الخلايا الخالية من التكاليف تظهر أن القسم الإنتاجي لا يعمل وقتاً إضافياً أو لا يمكنه إنتاج السلعة.

	س1	س2	س3	الوقت	
1	عادي	10	12	-	3,000
	إضافي	15	14	-	2,000
2	عادي	12	14	14	2,500
	إضافي	16	17	15	1,200
3	عادي	10	12	-	1,000
	إضافي	-	-	-	-
		4,000	3,500	2,500	

(ج) وأن المبيعات المنتظرة من السلع الثلاث هي: 4,000، 3,000، 2,500 وحدة من المنتجات على التوالي، وأن المطلوب تخطيط إنتاج لهذه السلعة في الأقسام الإنتاجية حيث تصبح تكاليف الإنتاج أقل ما يمكن باستخدام طريقة النقل

(تمرين على الطالب)

### مثال:



تمتلك منشأة صناعية مصنعين، وتنتج سلعتين، ويمكن إنتاج إحداهما أو كليهما في كل من المصنعين، فإذا علمت أن:

أ- المنشأة تعاقدت على بيع (4,000) وحدة من السلعة الأولى و (5,000) وحدة من السلعة الثانية لأحد العملاء علماً بأنه يوجد سوق لبيع كل من السلعتين لعملاء آخرين بلا حدود.

ب- تكلفة إنتاج الوحدة من السلعة الأولى في المصنع الأول (4) دنانير وفي المصنع الثاني (5) دنانير، وتكلفة إنتاج الوحدة من السلعة الثانية في المصنع الأول (7) دنانير وفي المصنع الثاني (4) دنانير.

ج- الطاقة الإنتاجية القصوى لكل من المصنعين هي (7,000) وحدة، (6,000) وحدة.

المطلوب: تحديد الكمية المنتجة لكل سلعة في كل مصنع بحيث تصبح التكاليف أقل ما يمكن باستخدام أسلوب السمبلكس.

(تمرين على الطالب)

### تدريب (1)



اشرح خطوات وطرق حل النماذج الرياضية لمسائل النقل.

### أسئلة التقويم الذاتي:

1. عرف النموذج الرياضي لمشكلات النقل.
2. حدد مكونات النموذج الرياضي واشتراطاته.
3. اشرح التمثيل الجدولي لمسائل النقل.

?

استخدام طريقة النقل كأحد أساليب التخطيط الرياضي المستقيم وكأحد أساليب البرمجة الخطية في مشكلات التوزيع:

1- تمهيد: ويتم تصوير المشكلة في صورة جدول، فإذا كانت السلع غير مرمزة يفرض لها ترميز مناسب.

2- حل مبدئي باستخدام جدول رقم (1).

وهناك ثلاث طرق تتبع في إجراء الحل المبدئي:

أ- طريقة الركن الشمالي الغربي.

ب- طريقة أخذ التكاليف في الحسبان.

ج- طريقة الفروق.

3- اختبار مثالية الحل المبدئي لتقييم الخلايا الفارغة في حل الجدول المبدئي. وهناك

طريقتان للتقييم هما: جامعة العلوم والتكنولوجيا

(أ) طريقة الشكل الرباعي

(ب) طريقة الإضافة، أي: إضافة صف جديد وعمود جديد، على الجدول المراد تقييم خلاياه فارغة.

4- نخرج جدول رقم (2)

نختبر مثالية الحل في جدول رقم (2)، نكرر ما سبق حتى نصل إلى الجدول الذي

تكون فيه نتيجة تقييم خلاياه الفارغة كلها أصفاراً أو قيماً موجبة أكبر من الصفر.

## تدريب (2)

لنفترض وجود ثلاثة مراكز استهلاك وبيّن الجدول في أدناه البيانات الخاصة بالطاقت وتكاليف النقل بين هذه المراكز:

مراكز التوريد	طاقة المراكز "التوريد بالطن"	مراكز التوزيع		
		1	2	3
A	150	6	8	10
B	175	7	11	11
C	275	4	5	12
حجم طلب مراكز الاستهلاك بالطن		200	100	300

المطلوب: إيجاد الحل الممكن بواسطة قاعدة الزاوية الشمالية الغربية.

## أسئلة التقويم الذاتي:

1. اشرح المنطق المستخدم لإيجاد الحل الابتدائي "أول حل ممكن لمشكلة النقل على وفق كل من القواعد الآتية:
  - أ- قاعدة الزاوية الشمالية الغربية.
  - ب- قاعدة التكاليف الأقل.
  - ج- قاعدة التكاليف الأقل في العمود.
2. قارن بين الطرق المذكورة في أعلاه، وحدد الطرق التي تمكنا من الوصول إلى حل أقرب إلى الحل المثالي.
3. اشرح ومنطق خطوات طريقة الزاوية الشمالية الغربية.

?

### تمرين محلول:

مصنع يقوم بإنتاج (3) سلع في ثلاثة أقسام إنتاجية إذا علمت أن:

أ- المبيعات المقدرة من السلع الثلاث هي: 400، 500، 600، وحدة على التوالي.

ب- الطاقة الإنتاجية للأقسام الثلاثة في الوقت العادي والإضافي للوحدة كالاتي:

السلعة الأولى وقت عادي (300) وحدة، في القسم الأول ووقت إضافي (200) وحدة.

القسم الثاني: وقت عادي (350) وحدة، ووقت إضافي (150) وحدة.

القسم الثالث: وقت عادي (500) وحدة ووقت إضافي صفر وكانت تكلفة الوحدة بالريالات كما هو موضح في الجدول الآتي:

أولى	ثانية	ثالثة	
8	4	0	وقت عادي
9	6	0	وقت إضافي
7	5	6	وقت عادي
6	10	4	وقت إضافي
0	8	7	وقت عادي
0	0	0	وقت إضافي

فإذا علمت أن الخلايا الفارغة من التكاليف، وأن هذا القسم الإنتاجي لا يستطيع فنياً صنع السلعة، أو لا يعمل وقتاً إضافياً.

#### المطلوب:

تحديد الكميات المنتجة من السلع الثلاث في كل مصنع بحيث تكون التكاليف أقل مما يمكن.

ملحوظة مهمة: نفرض أن الخلايا الفارغة من التكاليف لها تكلفة عالية جداً ولتكن (100).

1. تصوير المشكلة في صورة جدول:

أقسام/سلع	أولى	ثانية	ثالثة	مجموع
أولى/وقت عادي	8	4	صفر	300
أولى /وقت إضافي	9	6	صفر	200
ثانية/وقت عادي	7	5	6	350
ثانية/وقت إضافي	6	10	4	150
ثالثة/وقت عادي	صفر	8	7	500
ثالثة/وقت إضافي	صفر	صفر	صفر	صفر
مجموع	400	500	600	1.500

1- حل مبدئي باستخدام جدول (1) بطريقة الركن الشمالي الغربي.

أقسام/سلع	أ	ب	ج	مجموع
عادي/إضافي	8	4	300/100	300
إضافي/عادي	9	6	300/100	200
عادي/إضافي	7	250/5	100/6	350
إضافي/عادي	6	150/10	4	150
عادي/إضافي	400/100	100/8	7	500
مجموع	100	100	100	-
مجموع كلي	400	500	600	1,500

بفرض أن الخلايا من التكاليف أنها لها تكلفة عالية جداً ولتكن (100) .

-التوزيع بطريقة الركن الشمالي الغربي.

-نبدأ بالخلية الموجودة في أقصى شمال الجدول جهة الغرب، أي: التي تكون على يدك

الشمال.

-سوف نجد لهذه الخلية مجموعتين: أحدهما رأسي والآخر أفقي، ونضع المجموع الأقل

في الخلية، ويشير في اتجاه المجموع الأكبر، ونكرر ذلك حتى ننتهي من التوزيع.

**ملحوظة:**

-إذا كان المجموعان متساويين تسير محورياً أو قطرياً. ثم نطبق القاعدة على التمرين.



-تكاليف:

$$300 \diamond 100$$

$$200 \diamond 100$$

$$100 \diamond 6$$

$$150 \diamond 10$$

$$100 \diamond 8$$

$$94,150 = 400 \diamond 100$$

اختبار مثالية الحل:

من جدول رقم (1) السابق

لكي يتم تقييم خلايا الفارغة في جدول رقم (1) نمر بالخطوات الآتية وهي طريقة خطوات الشكل الرباعي

1- نحدد الخلية المراد ملؤها، ثم نبحث عن خلية رأسية مجاورة مليئة، ثم نبحث عن خلية أفقية مليئة مجاورة، ثم نبحث عن خلية رابعة، فتكوّن مع الخلايا الثلاث السابقة شكلاً رباعياً (مربعاً أو مستطيلاً).

2- نضيف وحدة واحدة إلى الخلية المراد ملؤها (+1)، ثم نطرح واحدة من الخلية المجاورة الرأسية المليئة (-1)، ثم نضيف وحدة واحدة إلى الخلية الرابعة المتممة للشكل الرباعي، ثم نطرح وحدة واحدة من الخلية الأفقية المجاورة المليئة.

3- نحسب أثر الإضافة والطرح على التكاليف لكل خلية يراد ملؤها. نحسب التكاليف:  $185 = 100 - 10 - 7 + 8$ .

4- نكرر الخطوات السابقة بالنسبة لبقية الخلايا التي يراد ملؤها

$$95 = 5 - 100 - 6 + 4$$

$$184 = 100 - 100 - 7 + 9$$

نبحث عن الخلية التي تأخذ ويكون فيها أقل قيمة سالبة في أول قسم ووقت عادي وهي أحسن وتضم (-185)، وتملؤها بأكبر كمية ممكنة، وهي أقل كمية موجودة في الخليتين المليئتين المجاورتين لهذه الخلية، أي: الأفقية والرأسية، أي: نضع فيها (300).

5- نقترح جدول رقم (2):

وقت/سلع	أ	ب	ج	مجموع
عادي	300/8	4	100	300
إضافي	9	6	200/100	200
عادي	7	50/5	100/6	350
إضافي	6	150/10	4	150
عادي	100/100	100/8	300/7	500
إضافي	100	100	100	-
مجموع	400	500	600	1,500

نحسب تكاليف جدول (2)

$$8 \diamond 300$$

$$200 \diamond 100$$

$$250 \diamond 5$$

$$100 \diamond 100$$

$$100 \diamond 8$$

$$150 \diamond 10$$

$$100 \diamond 6$$

$$30 \diamond 7 = 38,650$$

- نختبر مثالية الحل: في الجدول رقم (2)

- يتم تقييم الخلايا الفارغة في الجدول رقم (2) إذا وجدنا بها خلايا سالبة، ومعنى ذلك

لم نصل للحل الأمثل.

- نكرر ما سبق حتى نصل إلى الجدول الذي يكون فيه نتيجة خلايا فارغة كلها

أصفاراً أو رقماً موجباً أكبر من الصفر.



### تمرين:

منشأة صناعية تمتلك (3) مصانع هي ص1، ص2، ص3، وكل من المصنعين ص1 وص2، وص1، ص3 يعملان في ظل الوقت العادي والوقت الإضافي في حين أن المصنع ص2 يعمل في ظل الوقت العادي فقط.

ولقد كانت الطاقة الإنتاجية لهذه المصانع كما يأتي:

ص1	وقت عادي	2,000
ص1	وقت إضافي	1,000
ص2	وقت عادي	3,000
ص2	وقت إضافي	صفر
ص3	وقت عادي	3,000
ص3	وقت إضافي	1,000



والجدول الآتي يوضح تكاليف الإنتاج بالوحدات في كل مصنع، وكانت تكاليف الإنتاج بالدنانير:

مصنع/وقت	عادي	إضافي
ص1	10	12
ص2	15	0
ص3	12	14

فإذا علمت أن هذه المنشأة تقوم بتوزيع إنتاجها في (3) أسواق، وتتحمل تكلفة النقل للبضاعة لهذه الأسواق، وأن تكاليف النقل للوحدة بالدنانير هي:

سوق/مصنع	ص1	ص2	ص3
س1	3	4	7
س2	4	8	5
س3	3	5	3

ولقد كانت احتياجات الأسواق الثلاثة كما يأتي:

$$س1 = 3.000$$

$$س2 = 2.000$$

$$س3 = 5.000$$

المطلوب: توزيع هذا الإنتاج على الأسواق الثلاثة وحتى تكون التكاليف أقل ما يمكن

باستخدام طريقة النقل.

تصوير الحل: في جدول :

ص1 ص2 ص3

سوق/مصانع	عادي	إضافي	عادي	إضافي	عادي	إضافي	مجموع
س1	10	12	15	7	12	14	3,000
س2	10	12	15	0	12	14	2,000
س3	10	12	15	0	12	3	5,000
مجموع						1,000	10,000

	عادي	إضافي	عادي	إضافي	عادي	أضافي	مجموع
س1	13	15	19	4	19	21	3,000
س2	14	16	23	8	17	19	2,000
س3	13	15	20	5	15	17	5,000
مجموع	2,000	1,000	3,000	0	3,000	1,000	10,000

ملحوظة: الخلايا التي تكلفتها (صفر) يمكن إضافة رقم عالٍ وهو (100)

تكاليف الجدول رقم (1)

$$1,000 \diamond 21$$

$$2,000 \diamond 19$$

$$1,000 \diamond 17$$

$$1,000 \diamond 13$$

2,000♦20

1,000♦15

2,000♦27

اختبار مثالية الحل باستخدام الشكل الرباعي لتقييم الحل: س1، ص1، كوقت عادي:  $4- = 13 - 19 - 15 + 13$

بفرض أنها قيمة سالبة هي أقل قيمة سالبة ومن ثم يتم ملؤها برقم وكمية ممكنة.

وهي أقل كمية موجودة في الخليتين المتجاورتين المليئتين الأفقية والرأسية، وهي (2,000)

1- نقترح جدول رقم (4).

2- نقترح جدول رقم (2):

3,000	21	19	104	19	15	13	س1
2,000	19	17	108	23	16	14	س2
5,000	17	15	105	20	15	13	س3
10,000	1,000	3	0	3,000	1,000	2,000	مجموع
		3,000					

ونحسب جدول رقم (2) بتكاليفه

في هذه الوحدة قمنا بتعريفك بالمسائل الخاصة بالبرمجة الخطية وكيفية بناء النماذج الرياضية المثلة لها، والتوصل للحلول المثالية لها. فبعد تعريفك بمشكلات النقل وخصائصها ومكوناتها وكيفية بناء نماذجها الرياضية تعلمت القواعد المستخدمة في تحديد الحلول الأولية لها، ثم الطرق المستخدمة لتقييم هذه الحلول وتحسينها حتى الحلول المثالية لها.

ولقد عرفت أن مشكلات النقل تتعلق بنقل بضائع أو مواد معينة من مراكز توريدها إلى مراكز استهلاكها-، ويهدف حل هذه المسائل عادة إلى تخفيض تكاليف النقل إلى أقل حد ممكن - ولقد عرفت أيضاً أن الهدف الرئيس لمشكلة النقل هو تخفيض التكاليف أو زيادة العوائد ضمن عدد من القيود.

وعرفت أن خطوات حل مشكلات النقل يتكون من خطوتين أساسيتين: إيجاد الحل الأولي، واختبار مثالية الحل وتحسينه.

نتمنى أن تكون قد استوعبت الوحدة، وتكونت لديك المهارات الكافية للتعامل مع هذا النوع من المشكلات الخاصة بالبرمجة الخطية، مع الدعاء لك بالتوفيق.

#### 4. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية الرابعة:

عزيزي الدارس، تعالج الوحدة الرابعة نماذج الاختبار والتكليف والتخصيص، وتتمثل أهمية هذه النماذج في كونها تقدم أساليب أكثر بساطة لحل مجموعة واسعة من المشكلات المتعلقة بالاستخدام الأمثل للموارد مما يساعد على فهم الطرق الحسابية لحل هذه المشكلات.



## 5. إجابات التدريبات:

### تدريب (1)

#### الخطوة الأولى:

إيجاد أول حل ممكن للمسألة، ويسمى الحل الأولي أو الابتدائي Initial Solution.

#### الخطوة الثانية:

وهي خطوة يتم تكرارها حتى نصل إلى الحل المثالي، وتتضمن:

أ- اختبار مثالية الحل الذي تم التوصل إليه.

ب- تحسين الحل إذا كان غير مثالياً.

ويمكن إيجاد الحل الأولي باستخدام عدة طرق أو قواعد هي:

- قاعدة الزاوية الشمالية الغربية.

- قاعدة التكاليف الأقل.

- قاعدة التكاليف الأقل في العمود.

- طريقة فوجل التقريبية.

مع الشرح الموجز لكل طريقة.

### تدريب (2)

لإيجاد الحل الأولي نبدأ بتلبية احتياجات مراكز الاستهلاك الأول من مركز التدريب الأول، ثم ننتقل إلى مركز الاستهلاك الثاني، وهكذا نحصل بالنتيجة على الحل الأولي كما هو موضح:

مراكز	طاقة مراكز	مراكز الاستهلاك		
		1	2	3
A	150	6	8	10
		150		
B	175	7	11	11
		50	100	25
C	275	4	5	12
				275
حجم الاستهلاك بالطن		200	100	300

وتكلفة النقل حسب هذا الحل:

$$11 \times 275 + 11 \times 25 + 11 \times 100 + 7 \times 50 + 6 \times 150 = 5925$$



## ❖ الانحلال Degeneracy:

حالة تحدث في أثناء حل مشكلات النقل، عندما يكون عدد الخلايا المشغولة في الجدول أقل من مجموع (عدد الأسطر وعدد الأعمدة ناقص واحد).

## ❖ تنقيص "تخفيض المصفوفة" Matrix Reduction:

أسلوب يستخدم في بعض طرق النقل لحساب مصفوفة تكاليف الفرص البديلة من خلال تنقيص الأسطر ثم تنقيص الأعمدة، وينقص بالتنقيص تحديد العنصر ذي القيمة الأقل ثم طرحه من جميع القيم الموجودة في الصف أو العمود.

## ❖ جدول النقل Transportation Table:

جدول يبين مراكز التوريد ووجهات النقل والمسارات الممكنة مع التكاليف والطاقت وغيرها من معطيات المشكلة ويستخدم لتسهيل عملية الحل.

## ❖ الخلية Cell:

هي أحد عناصر جدول النقل، وتربط بين مصدر "مركز توريد" معين ووجهة مركز "استهلاك" معينة.

## ❖ مشكلة النقل Transportation problem:

حالة خاصة من حالات البرمجة الخطية تتعلق بالبحث عن الخطة المثلى للنقل بين مجموعة من المصادر ومجموعة من الوجهات بهدف تقليل التكاليف الإجمالية للنقل إلى أدنى حل ممكن.

## ❖ المصدر Origin:

وهو مركز التوريد في مشكلة النقل، أي: المركز الذي توجد فيه المادة أو البضاعة المطلوب نقلها.

## ❖ الجهة Destination:

هو مركز الاستهلاك أو الطلب في مشكلة النقل، أي: المكان المطلوب نقل المادة أو البضاعة إليه.

1. إبراهيم أحمد أونور، بحوث العمليات- مفاهيم نظرية وتطبيقية (الخرطوم: دن. دت)، د.ت).
2. أحمد سرور محمد، إدارة الإنتاج (القاهرة: مكتبة عين شمس، 1990).
3. أحمد سرور محمد، وآخرون. إدارة العمليات ( القاهرة: مكتبة عين شمس، 1999م).
4. أحمد سرور محمد، بحوث العمليات في الإدارة ( القاهرة: مكتبة عين شمس، 1987م).
5. أحمد سرور أحمد، محاضرات في بحوث العمليات (القاهرة: كلية التجارة وإدارة الأعمال، جامعة حلوان 1988م).
6. حمدي طه، مقدمة في بحوث العمليات، تعريب: أحمد حسين على حسين (الرياض: دار المريخ للنشر، 1996م).
7. دالحنوي، محمد صالح، وماضي، محمد توفيق، بحوث العمليات في تخطيط ومراقبة الإنتاج ( الإسكندرية: الدار الجامعية، 1996م).
8. على العلاونة، وآخرون ، بحوث في العمليات في العلوم التجارية ( الأردن، عمان: دار المستقبل للنشر والتوزيع، 2000م).
9. مصطفى، أحمد سيد، إدارة الإنتاج والعمليات في الصناعة والخدمات ( القاهرة: الأنجلو مصرية، 1993م).
10. ماضي، محمد توفيق، إدارة الإنتاج والعمليات- مدخل اتخاذ القرارات ( الإسكندرية: الدار الجامعية، 1996م).
11. Steven Son.W.J. Production & Operation Management (London: Richard Irwin 1996).
12. Hamdy .A.Taha. Operation Research & Introduction (London: Prentice Hall. Inc.1997).



# الوحدة الرابعة

4

## نماذج التخصيص



## محتويات الوحدة

الصفحة	الموضوع
108	1. المقدمة.....
108	1.1 تمهيد.....
109	1.2 أهداف الوحدة.....
110	2. نظرية التخصيص.....
146	3. الخلاصة.....
147	4. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية الخامسة.....
148	5. إجابات التدريبات.....
150	6. مسرد المصطلحات.....
151	7. المراجع.....



### 1.1 التمهيد:

#### عزيزي الدارس،

مرحباً بك إلى هذه الوحدة من مقرر "بحوث العمليات" وهي بعنوان: نماذج التخصيص .  
ويستخدم أسلوب التخصيص على نطاق واسع في مجال الإنتاج والعمليات حيث يمكن استخدامه في تخصيص الإنتاج على الآلات المتاحة أو تخصيص موارد الإنتاج والطلبات على الآلات أو تخصيص رجال البيع على المناطق البيعية...الخ.

وسنتطرق في هذه الوحدة إلى دراسة مشكلات التخصيص وتطبيقاته وكذلك الطرق المستخدمة في حلها ، وبذلك فإنك بعد دراسة هذه الوحدة ستكون قادراً بإذن الله على حل هذا الفرع من المشكلات والتعامل معها من خلال استخدام الطرق الخاصة بالبرمجة الخطية. وهذا يتطلب أن تكون على دراية تامة بكيفية بناء النموذج الرياضي الخاص بهذه المشكلات، وباستخدام الأساليب والطرق اللازمة لحلها.

تتمثل أهمية الاختبار والتكليف والتخصيص في كونها تقدم أساليب أكثر بساطة لحل مجموعة واسعة من المشكلات المتعلقة باستخدام الأمثل للموارد مما يساعد على فهم أوسع وأعمق لبنية ومكونات النماذج الرياضية لهذه المشكلات والطرق الحسابية المستخدمة في حلها.

وأخيراً: فإن هذه الوحدة تتضمن عدداً من التدريبات وأسئلة التقويم الذاتي والأمثلة المجاب عنها التي نتوقع أن تتعامل معها بجدية تامة نظراً لأهميتها في تحقيق الأهداف الدراسية لهذه الوحدة.

أهلاً بك عزيزي الدارس، مرة أخرى في هذه الوحدة، وأرجو أن تقدم لك دراستها مزيجاً من الفائدة والمتعة، وتفتح أمامك آفاقاً واسعة للتفكير العقلاني المنظم لحل المشكلات.

## 2.1 أهداف الوحدة:



عزيزي الدارس، بعد فراغك من دراسة هذه الوحدة ينبغي أن تكون قادراً على أن:

1. تعرف المفاهيم الأساسية لمشكلات الاختبار والتكليف والتعيين.
2. توضح كيفية استخدام مشكلات التخصيص والتكليف والاختبار في توزيع السلع أو الموارد أو الطاقات على الاحتياجات المتنافسة بأقل قدر ممكن من التكاليف.
3. تستخدم نماذج الاختبار والتكليف والتخصيص في إيجاد الحلول المثلى لمشكلات التوزيع، وتختار المواقع، وتوجد برامج الإنتاج الأقل تكلفة.
4. تصل إلى التخصيص الأمثل للمهام والأفراد والمواقع.
5. تشرح أهداف نظرية التخصيص.
6. تلمّ بخطوات الحل لأي تمرين باستخدام نظرية التخصيص.





## 2. نظرية التخصيص:

يعد أسلوب التخصيص أحد الطرق المستخدمة في التحميل، ويركز التخصيص على توزيع أوامر الإنتاج بالنسبة لكل آلة من الآلات بغرض تخفيض مستوى تكاليف التشغيل، ورفع كفاءة الإنتاج، والاستفادة من الموارد المتاحة، ويعد هذا جوهر العملية الإدارية التي تقوم عليها إدارة المنشآت اليوم.

### 1.2 مفهوم نظرية التخصيص

تهتم هذه النظرية بتوزيع عدة أوامر إنتاجية على الآلات مما يمكن من تحديد تكلفة التصنيع من كل أمر بالنسبة لكل آلة.

#### أهداف نظرية التخصيص

- أ. تقليل تكاليف أو المساواة أو تقليل وقت الإنتاج.
- ب. زيادة كفاءة المنشأة بحسن استخدام الموارد أساساً.
- ج. العمل على أساس مدخل تكاليف الفرصة البديلة بمعنى زيادة الأرباح التي كان يجب الحصول عليها لو اتخذنا قراراً غير القرار الذي اتخذ بالفعل.

#### خطوات الحل لأي تمرين باستخدام نظرية التخصيص

عندما يكون الهدف تخصيص التكاليف أو تحديد آلة على خط إنتاجي محدد.

##### أولاً: يجب تحديد جدول إجمالي تكاليف الفرص.

- أ- نحدد أقل قيمة في كل عمود ثم نطرحها من بقية قيم هذا العمود، ونحصل على جدول فرص العمل، ويمثل جدول رقم (2).
- ب- نحدد أقل قيمة في كل صف، ثم نطرحها من بقية القيم في هذا الصف، ثم نحصل مع جدول رقم (1). العلوم والتكنولوجيا

##### ثانياً: تحديد إذا ما كان هناك تخصيص أقل ما يمكن عمله أم لا.

- أ- نختبر الأعمدة فإذا وجدنا عموداً به صفر واحد نخصصه، ونلغى باقي أصفار صف هذا الصفر.
- ب- نختبر الصفوف فإذا وجدنا صفاً به صفر واحد يخصص، ونشطب باقي أصفار عمود هذا الصفر في جدول رقم (4).

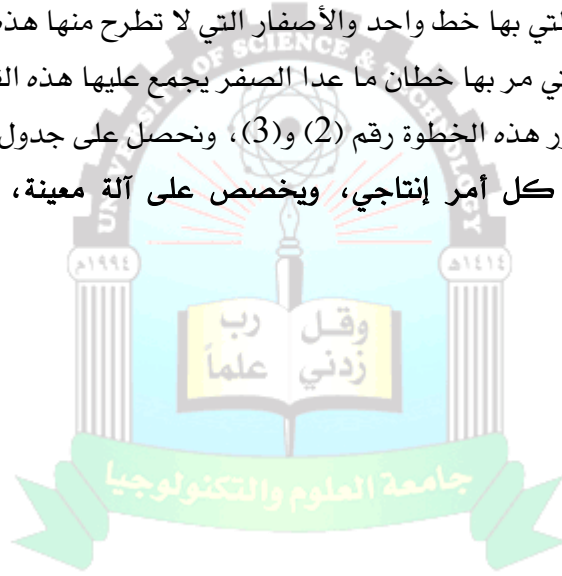
##### ثالثاً: اختبار مثالية التخصيص، هناك طريقتان للاختبار هما:

- أ- نحسب عدد الأصفار المخصصة والموجودة في جدول رقم (4). فإذا كان عدد الأصفار يساوي عدد الآلات يعني أننا وصلنا للتخصيص الأمثل، والعكس إذا كان عدد الأصفار أقل من عدد الآلات، على ذلك يتم اقتراح خطوة رقم (4).

ب- نعطى الأعمدة التي بها أصفار قد خصصت عند اختبار الصفوف بخطوط مستقيمة رأسية، ثم نعطى الصفوف التي بها أصفار خصصت عند الأعمدة بخطوط أفقية، فإذا كان عدد الخطوط المستقيمة الأفقية والرأسية يساوي عدد الأعمدة أو عدد الصفوف فإن ذلك يعني الحصول على التخصيص الاقتصادي الأمثل والعكس، في حالة عدم التخصيص الأمثل ونحتاج إلى الخطوة (4).

رابعاً: مراجعة جدول التكاليف للفرص.

- أ- نحدد أقل قيمة في جدول رقم (5)، ونبحث عن المكان الذي لم يمر به خط.
  - ب- نضع هذه القيمة مع بقية قيم الجدول التي لم يمر بها خط.
  - ج- القيمة التي بها خط واحد والأصفار التي لا تطرح منها هذه القيمة.
  - د- القيم التي مر بها خطان ما عدا الصفر يجمع عليها هذه القيمة.
  - هـ- ثم تكرر هذه الخطوة رقم (2) و(3)، ونحصل على جدول رقم (7).
- خامساً: نحدد كل أمر إنتاجي، ويخصص على آلة معينة، ثم نحسب تكاليف التخصيص.



## نموذج التخصيص :

### الطريقة البيانية:

الطريقة البيانية (الوحدة الاولى) تستخدم في حالة كون متغيرات المشكلة عددها متغيرين فقط (أي انها لاتصلح في حالة عدد متغيرات المشكلة اكثر من متغيرين)

### طريقة السمبلكس:

طريقة السمبلكس (موضوع هذه الوحدة) تستخدم في حل جميع المشكلات التي تحتوي على متغيرين فأكثر.

- معظم المشاكل الادارية التي تواجهنا في حياتنا العملية ذات متغيرات متعددة (اكثر من متغيرين)

- التمارين التي قمنا بحلها في الوحدة الأولى (الطريقة البيانية) يمكن إعادة حلها مرة أخرى باستخدام طريقة السمبلكس لتعطي نفس النتائج.

- يبحث هذا النموذج إيجاد أسلوب لتوزيع عدد من المواد (موظفين - عمال أجهزة....) على عدد من الأنشطة ( وظائف - أعمال - خدمات .....)، بحيث يعطي هذا التوزيع أفضل عائد ممكن (أكبر ربح ممكن أو أقل تكلفة ممكنة)

- يعمل هذا النموذج بطريقة واحد إلى واحد، أي كل مورد واحد لنشاط واحد فقط، وكل نشاط واحد فقط، وكل نشاط واحد فقط لمورد واحد فقط.

خلاف ذلك(خلاف هذا التخصيص واحد لواحد) يستكمل النموذج بأنشطة وهمية أو بمورد وهمي حسب اللازم.

- ان إختلاف تخصصات ومهارات وقدرات العمال (الموارد) في إنجاز الأعمال (الأنشطة) فأحدهم ينجز العمل لساعة وآخر ينجز العمل بساعتين وأحدهم ينجز العمل بجودة عالية وآخر بأقل جودة.-

- نظراً للفتاوت والإختلاف السابق فإننا نكون مهتمين في كيفية توزيع العمال على الأعمال المختلفة، بحيث نحصل على أفضل عائد ممكن (أقل زمن - أفضل جودة - أقل تكلفة - أعلى ربح)

$$Z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n C_{ji} X_{ji}$$

$$st: \sum_{i=1}^n X_{j,i} = 1, i = 1, 2, \dots, n$$

$$st: \sum_{i=1}^n X_{j,i} = 1, i = 1, 2, \dots, n$$

$$x_{i,j} = 0 \text{ or } 1$$

خطوات حل نموذج التخصيص:

1 - عمل جدول خسارة الفرص الكلية وذلك من خلال التالي:

- إيجاد جدول خسارة الفرص السطري.

- إيجاد خسارة الفرص العمودي.

حيث أن خسارة الفرص هي الخسارة النسبية الناتجة عن التخصيص ينتج عنه خسارة فرص هي بالمقارنة مع أفضل التخصيصات الممكنة.

أي أنه عند تخصيص مورد لنشاط فإن هذا التخصيص ينتج عنه خسارة فرصة هي الفرق بين زمن تخصيص هذا المورد لهذا النشاط وأقل زمن تخصيص هذا المورد لنشاط آخر متاح، هذا الفرق يسمى خسارة الفرص السطري.

- بشكل عام نقوم بطرح أزمنة كل سطر من أقل زمن في هذا السطر، وبذلك نكون قد كونا جدول خسارة الفرص السطري.

- ومن هذا الجدول (جدول خسارة الفرص السطري) نوجد جدول خسارة الفرص العمودي وذلك بطرح قيمة كل عمود من أقل قيمة فيه.

- بهذا الإجراء يتم الحصول على جدول خسارة الفرص الكلي (يعتبر حل أولي).

2- إختيار أمثلية حل الخطوة الأولى (التخصيص) ولك من خلال تغطيت جميع الاصفار في الجدول من خلال تمرير خطوط أفقية وعمودية، بحيث يكون هذا التضليل بإقل خطوط ممكنة.

فإذا كانت عدد هذه الخطوط التي تضلل الأصفار تساوي عدد الموارد، نقوم الإنتقال إلى الخطوة 4 أو عدد الأنشطة فإن الحل في الخطوة الأولى هو الحل الأمثل، أما إذا كان الحل غير أمثل (أي أن عدد الخطوط لا تساوي عدد الموارد ) فإننا ننتقل إلى الخطوة التالية:

3- تسمى هذه الخطوة بخطوة تحسين الحل وفيها نقوم بإيجاد أقل قيمة بين قيم الخلايا التي لا يمر الخطوط بها، ثم حلها من باقي القيم غير المخططة، ثم تصيف هذه القيمة إلى القيم الواقعة في الخلايا التي يتقاطع في الخطوط وبذلك نكون قد حسنا الجدول(الحل).

4- ثم نختبر الحل الأمثل كما سبق بالانتقال إلى الخطوة 2 ، فإذا كان الحل هو الحل الأمثل ننتقل إلى الخطوة التالية:

إذا كان الحل هو الحل الأمثل نقوم بإيجاد هذا الحل من خلال الخلايا الصفرية، سنقوم بتحديد تخصيص في كل خلية صفرية مع تجنب تكرارها في السطر أو العمود.

- يكون الحل الأمثل وحيداً إذا وجدت خلية صفرية وحيدة في أي سطر رأسي أو عمودي، أما إذا وجدت أكثر من خلية صفرية في سطر أو عمود فإن الحل الأمثل قد يكون وحيداً أو مضاعفاً.

أما إذا كانت المشكلة في تعظيم(تعظيم الأرباح) فإنه يتم تحويلها إلى مشكلة تصغير بإحدى الطريقتين التاليتين:

1- ضرب التكاليف  $C_j$  في العدد -1 ثم نتبع نفس الخطوات السابقة بحيث يحسب الحل الأمثل من الجدول الأصلي قبل الضرب في « -1 »

2- طرح جميع قيم  $C_{ji}$  من أكبر قيم في الجدول كامل ثم نتبع الخطوات السابقة، بحيث يحسب الحل الأمثل من الجدول الأصلي قبل الطرح.

- هناك طريقه أخرى لإجراء الخطوة الثانية (اختبار أمثلية الحل) في خطوات التخصيص وهي:

- فحص السطر من الأصفار فإذا كان به صفر واحد يخصص ويلغى أصفار العمود المقابل لهذا الصفر، وإذا كان بالسطر أكثر من صفر فلا يخصص أي منهم، وهكذا بالنسبة للأعمدة (فحص الأعمدة) حيث يخصص الصفر ويلغى أصفار الصف المقابل لهذا الصفر، فإذا كان عدد الأصفار المخصصة تساوي عدد الموارد فإن الحل أمثل. ثم يحدد الحل الأمثل عند كل صفر مخصص بما يقابلة في الجدول الأصلي، أما إذا كان الحل ليس أمثل نحسب الحل بالانتقال إلى الخطوة 3، ..... .

أولاً حل مشكلة التصغير ( تخفيض التكاليف ) باستخدام نموذج التخصيص.

مثال:

خصص أوامر الإنتاج الخمسة الآتية على الآلات الخمس الموجودة بحيث تصبح تكاليف الإنتاج أقل مما يمكن فإذا علمت أن تكلفة التصنيع عند حد معين في كل آلة بشكل معين كما يوضحها الجدول الآتي:

الآلات الأوامر	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
S <sub>1</sub>	7	3	13	<u>2</u>	6
S <sub>2</sub>	<u>2</u>	9	10	8	8
S <sub>3</sub>	10	18	<u>5</u>	6	9
S <sub>4</sub>	12	<u>3</u>	5	6	3
S <sub>5</sub>	13	6	<u>5</u>	9	11

جدول (1)

الحل:

1- نكون جدول خسارة الفرص الكلية ويتكون من جدولين (جدول خسارة فرص السطر ، ومنه جدول خسارة فرص العمود)

من الجدول (1) نطرح جميع قيم كل سطرين.

هي  $S_1$  أصغر قيمة في سطر 2

هي  $S_2$  أصغر قيمة في سطر 2

هي  $S_3$  أصغر قيمة في سطر 5

هي  $S_4$  أصغر قيمة في سطر 3

هي  $S_5$  أصغر قيمة في سطر 5

الأوامر \ الآلات	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
$S_1$	7	3	13	<u>2</u>	6
$S_2$	<u>2</u>	9	10	8	8
$S_3$	10	18	<u>5</u>	6	9
$S_4$	12	<u>3</u>	5	6	3
$S_5$	13	6	<u>5</u>	9	11

جدول (1)

بعد هذا الطرح يتكون لدينا الجدول التالي رقم (2):

من الجدول (2) نطرح جميع قيم كل عمود في  $A_1$  وهي 0.

هي  $A_1$  أصغر قيمة في عمود 0

هي  $A_2$  أصغر قيمة في سطر 0

هي  $A_3$  أصغر قيمة في سطر 0

هي  $A_4$  أصغر قيمة في سطر 0

هي  $A_5$  أصغر قيمة في سطر 0

الآلات الأوامر	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
S <sub>1</sub>	5	1	11	<u>0</u>	4
S <sub>2</sub>	<u>0</u>	7	8	6	6
S <sub>3</sub>	5	13	<u>0</u>	1	4
S <sub>4</sub>	9	<u>0</u>	2	3	<u>0</u>
S <sub>5</sub>	8	1	0	4	6

### جدول (2) جدول خسارة فرص السطر

بعد هذا الطرح يتكون لدينا الجدول رقم 3 التالي وهو جدول خسارة فرص العمود (جدول خسارة الفرص الكلي)

جدول (3) جدول خسارة فرص العمود (جدول خسارة الفرص الكلي).  
لاحظ الجدول (3) هو نفس الجدول (2) وذلك لأن أصغر القيم في كل عمود هو صفر وعندما قمنا بطرحها من عناصر العمود لم تتغير القيم.

A <sub>i</sub> S <sub>j</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
S <sub>1</sub>	5	1	12	0	4
S <sub>2</sub>	0	7	8	6	6
S <sub>3</sub>	5	13	0	1	4
S <sub>4</sub>	9	0	2	3	0
S <sub>5</sub>	8	1	0	4	6

هذا الجدول هو جدول الحل الابتدائي الممكن وعليه هل هذا الحل حل أمثل؟

- (إختيار الحل باستخدام التضلليل بالخطوط (الحمراء)) كما في الجدول السابق (3) حيث تم تضليل الأصفار بأقل عدد ممكنه من الخطوط وهي أربع خطوط.  
إذاً عدد الخطوط = 4 خطوط عدد الآلات أو عدد الأوامر.  
إذا الحل السابق ليس حل أمثل، وعليه يتم تحسين هذا الحل.



وعلى أقل قيمة لا تمر بها الخطوط هي القيمة 1 ونطرحها من القيم التي لا تمر بها الخطوط ثم نضيفها إلى قيم تقاطع الخطوط (أي نضيف 1 إلى 9 و2 و3 لتصبح 10 و3 و4) ومقدار الطرح والإضافة ستظهر في الجدول التالي:

$A_i \backslash S_j$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
$S_1$	5	1	12	0	4
$S_2$	0	7	8	6	6
$S_3$	5	13	0	1	4
$S_4$	9	0	2	3	0
$S_5$	8	1	0	4	6

- جدول 4 السابق هو الحل الحسن

- هل هذا الحل هو الحل الأمثل؟

- يختبر هذا الحل بالتضليل بالخطوط لاصفار الجدول (4) (خطوط حمراء)

- نلاحظ أن عدد الخطوط هي 5 خطوط وتساوي عدد الآلات أو الأوامر

إذاً الحل الحسن السابق (جدول 4) هو الحل الأمثل

- قيمة هذا الحل الأمثل: هو مجموع القيم في الجدول الأصلي للمشكلة المناظرة لكل

صفر خصصنا في الجدول (4) بحيث أن لا يتكرر هذا الصفر بالصف أو العمود.

وتظهر هذه الأصفار بالجدول (4) محاطة بدوائر.

- لاحظ أن كل صفر محاط بدائرة لن تجد له تكرار في السطر أو العمود (أي لن تجد صفر

آخر محاط بدائرة).

هذه الأصفار ما يراها في الجدول الأصلي للمشكلة هي القيم: 2,2,5,3,6

وعليه يكون مجموع هذه القيم هو قيمة الحل الأمثل السابق ويساوي

$$2+2+5+3+6=18$$

استخدام طريقة أخرى للخطوة الثانية (إختيار الحل الأمثل)  
لو رجعنا إلى مثالنا السابق وبالتحديد إلى الخطوة جدول(3) عندما نريد إختيار أمثلية الحل  
الابتدائي

$A_i \backslash S_j$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
$S_1$	5	1	12	0	4
$S_2$	0	7	8	6	6
$S_3$	5	13	0	1	4
$S_4$	9	0	2	3	0
$S_5$	8	1	0	4	6

طريقة فحص الصفوف والأعمدة في إختيار ما غذا كان الحل أمثل أم لا ؟  
-السطر الأول به صفر واحد  $\Leftarrow$  يخصص بدائرة(سوداء) ونلغي باقي أصفار العمود الذي يقع  
به هذا الصفر إن وجدت  
- السطر الثاني به صفر واحد تخصص بدائرة(سوداء) ونلغي أصفار عموده إن وجدت.  
- السطر الثالث به صفر واحد تخصص بدائرة(سوداء) ونلغي الصفر الذي في عموده  
- السطر الرابع به صفرين وفي هذه الحالة لا يتم تخصيص أي منهم.  
- السطر الخامس به صفر واحد قد تم إلغائه.  
- نكرر نفس هذا العمل بالنسبة للأعمدة، نخصص الصفر العمود ونحذف باقي أصفار  
السطر.

- العمود الأول لا وجد به أصفار إلا الصفر المخصص من السطر.  
- العمود الثاني يوجد به صفر واحد نخصصه بدائرة(حمراء) ونلغي الصفر الذي في صفه  
- العمود الثالث لا وجد به صفر.  
- العمود الرابع لا وجد به صفر.  
- العمود الخامس يوجد به صفر واحد ملغي.

إذاً الحل ليس حل أمثل ، ثم نكمل نفس خطوات تحسين الحل السابق.

ثانياً: حل مشكلة التكبير أو التعظيم با استخدام نموذج التخصيص  
مثال:

يراد تخصيص آلة معينة من بين (5) آلات لكل أمر إنتاج من بين (5) أوامر إنتاج علماً بأن درجة الكفاية لتصنيع أمر إنتاج معين على آلة معينة هي كما موضح في الشكل المرفق، ويراد عمل التخصيص بحيث تبلغ درجة الكفاية أكبر ما يمكن:

أوامر إنتاج الآلات	1	2	3	4	5
أ	7	2	10	12	13
ب	3	9	18	3	6
ج	13	10	5	5	5
د	2	8	6	4	9
هـ	6	8	9	3	11

الحل:

نقوم بتحويل مشكلة التكبير (التعظيم) إلى مشكلة تصغير كما أشرنا سابقاً بأحدى الطريقتين أسهلها هي طريقة طرح جميع قيم  $C_{ij}$  من أكبر قيم في الجدول ثم نتبع الخطوات السابقة (التي إتبعناها في مشكلة التصغير إلا أن قيم الخل الأمثل (الخطوة الأخيرة)) يحسب من الجدول الأصلي قبل الجدول.

أوامر إنتاج الآلات	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
S <sub>1</sub>	7	2	10	12	13
S <sub>2</sub>	3	9	18	3	6
S <sub>3</sub>	13	10	5	5	5
S <sub>4</sub>	2	8	6	9	9
S <sub>5</sub>	6	8	9	3	11

جدول (1)

إذاً أكبر قيمة في الجدول هي: 18 وعلية نقوم بطرح Cji من 18 فنحصل على الجدول التالي رقم (2)

جدول (2) مشكلة صغيرة

$S_i \backslash A_j$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
$S_1$	11	16	8	6	<u>5</u>
$S_2$	15	9	<u>0</u>	15	12
$S_3$	<u>5</u>	8	13	13	13
$S_4$	16	10	12	14	<u>9</u>
$S_5$	12	10	9	15	<u>7</u>

- إذاً توجد جدول خسارة فرص السطر ومنه العمود لنصل إلى جدول خسارة الفرص الكلية.

❖ جدول خسارة فرص السطر هو جدول (3) التالي:

$S_i \backslash A_j$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
$S_1$	11	16	8	6	<u>5</u>
$S_2$	15	9	<u>0</u>	15	12
$S_3$	<u>5</u>	8	13	13	13
$S_4$	16	10	12	14	<u>9</u>
$S_5$	12	10	9	15	<u>7</u>

❖ جدول خسارة فرص السطر هو جدول (3) التالي:

$S_i \backslash A_j$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
$S_1$	6	11	3	1	<u>5</u>
$S_2$	15	9	<u>0</u>	15	12
$S_3$	<u>0</u>	3	8	8	13
$S_4$	<u>7</u>	<u>1</u>	3	9	0
$S_5$	5	3	2	8	0

من الجدول (3) نوجد جدول خسارة فرص العمود (جدول خسارة الفرص الكلية):

#### جدول (4) خسارة الفرص الكلية

$S_i \backslash A_j$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
$S_1$	6	10	3	0	0
$S_2$	15	8	0	41	12
$S_3$	0	2	8	7	8
$S_4$	7	0	3	8	0
$S_5$	5	2	2	7	0

الجدول (4) هو جدول اللابيدائي الممكن

نختبر أمثلية الحل الإبدائي (جدول 4) بطريقة فحص الصفوف والأعمدة كما يلي:

السطر الأول في الجدول (4) به صفرين وهذا يعني أنه لا يوجد تخصيص.

السطر الثاني به صفر واحد تخصص وعمود وليس به أصفار لإلغائها.

السطر الثالث به صفر واحد تخصص وعمود وليس به أصفار لإلغائها.

السطر الرابع به صفرين لا تخصص.

السطر الخامس به صفر واحد تخصص ونلغي أصفار عموده.

العمود الأول لا يوجد به عمود غير مخصص.

العمود الثاني به صفر واحد مخصص ونلغي أصفار سطره، يوجد واحد قد تم إلغاؤه سابقاً.

العمود الثالث لا وجد.

العمود الرابع يوجد صفر واحد يخصص ويلغى أصفار سطره، يوجد واحد قد تم إلغاؤه سابقاً.

بهذا التخصيص نعد هذه الأصفار المخصصة وهي: 5 أصفار مخصصة تساوي عدد الالات أو

عدد الأوامر

إذاً هذا الحل هو الحل الأمثل

- تكون قيمة هذا الحل هو مجموع قيم الجدول (1) المناظرة لكل قيمة تخصيص في الجدول

(4)

إذاً الصفر الأول المخصص في الجدول (4) يناظر القيمة 12 في الجدول 1

الصفر الثاني المخصص في الجدول (4) يناظر القيمة 18 في الجدول 1

الصفحة الثالث المخصص في الجدول (4) يناظر القيمة 13 في الجدول 1  
 الصفحة الرابع المخصص في الجدول (4) يناظر القيمة 8 في الجدول 1  
 الصفحة الخامس المخصص في الجدول (4) يناظر القيمة 11 في الجدول 1  
 إذا قيمة الحل الأمثل هي :  $12+18+13+8+11=62$

ملاحظة : عزيزي الدارس ، فيما يلي جملة من التدريبات قد تختلف طريقة حلها عن الأسلوب الذي اتبعناه سابقاً فما عليك إلا إعادة حلها بنفس الخطوات السابقة وستصل الى نفس النتائج.

### تدريب (1)

لدى أحد المصانع أربعة عمال وأربع آلات إنتاجية ، ويرغب مدير المصنع في تخصيص هؤلاء العمال على هذه الآلات بحيث تكون تكلفة هذا التعيين أقل ما يمكن ، ويبين الجدول في أدناه مصفوفة التكاليف الخاصة بهذه المشكلة.

العمال	الآلات			
	1	2	3	4
A	8	3	9	6
B	7	5	10	9
C	10	7	12	15
D	4	2	5	4

المطلوب :

تحديد التعيين الأمثل لهؤلاء العمال بهدف تخفيض التكاليف الإجمالية إلى أقل حد ممكن.



### أسئلة التقويم الذاتي:

1. ما المقصود بنظرية التخصيص؟
2. ماهو مجال تطبيقات أسلوب التخصيص؟
3. اشرح بإيجاز خطوات حل أسلوب التخصيص.
4. وضع متغيرات أسلوب التخصيص.

?

### مثال:

خصص أوامر الإنتاج الخمسة الآتية على الآلات الخمس الموجودة بحيث تصبح تكاليف الإنتاج أقل مما يمكن فإذا علمت أن تكلفة التصنيع عند حد معين في كل آلة بشكل معين كما يوضحها الجدول الآتي:

أوامر/آلات	أ	ب	ج	د	هـ
1	7	3	13	2	6
2	2	9	10	8	8
3	10	18	5	6	9
4	12	3	5	6	3
5	13	6	5	9	11

أولاً: نحدد جدول تكاليف الفرص

أ- جدول رقم (2) جدول فرص العمل.

أوامر/آلات	أ	ب	ج	د	هـ
1	5	صفر	8	صفر	3
2	صفر	6	5	6	5
3	3	15	صفر	4	6
4	10	صفر	صفر	4	صفر
5	11	3	صفر	7	8

ب- جدول تكاليف الفرص (3)

أوامر/آلات	أ	ب	ج	د	هـ
1	5	صفر	8	<u>صفر</u>	3
2	<u>صفر</u>	6	5	6	5
3	3	15	<u>صفر</u>	4	6
4	10	صفر	صفر	4	<u>صفر</u>
5	11	3	صفر	7	8

ثانياً: أ/ نختبر الأعمدة.

ب/ نختبر الصفوف

آلات/أوامر	أ	ب	ج	د	هـ
أ	5	صفر	8	صفر	3
ب	صفر	6	5	6	5
ج	3	15	صفر	4	6
د	10	صفر	صفر	4	صفر
هـ	11	3	صفر	7	8

ج/ جدول تكاليف الفرص (3)

أوامر/آلات	أ	ب	ج	د	هـ
1	5	صفر	8	<u>صفر</u>	3
2	<u>صفر</u>	6	5	6	5
3	3	15	<u>صفر</u>	4	6
4	10	صفر	صفر	4	<u>صفر</u>
5	11	3	صفر	7	8



ثالثاً- أ / نختبر الأعمدة: ب- نختبر الصفوف

أوامر/آلات	أ	ب	ج	د	هـ
1	5	صفر	8	<u>صفر</u>	3
2	<u>صفر</u>	6	5	6	5
3	3	15	<u>صفر</u>	4	6
4	10	صفر	صفر	4	<u>صفر</u>
5	11	3	صفر	7	8

رابعاً: اختبار مثالية الحل:

الطريقة الأولى:

لم نحصل على التخصيص الأمثل عدد الآلات (5) وعدد الصفوف المخصصة (4). وطبقاً لهذه الطريقة، لم نحصل على التخصيص الأمثل لذلك نقترح جدول رقم (5). الطريقة الثانية: بما أن عدد الصفوف والأعمدة = (5) إذن عدد الخطوط المستقيمة لا بد أن يساوي (5)، ولكنه في هذا المثال وجد أنها = (4).

لم نصل إلى التخصيص الأمثل ويتبع خطوة رقم (4).

خامساً-مراجعة تكاليف الفرص على النحو الآتي:

أوامر/آلات	أ	ب	ج	د	هـ
1	5	صفر	11	صفر	3
2	صفر	6	8	6	5
3	5	12	صفر	1	3
4	10	صفر	صفر	4	صفر
5	8	صفر	صفر	4	5

ويظهر مراجعة جدول نتائج إجمالي جدول تكاليف الفرص. فالرقم الذي أقل من (3) يطرح من كل خطوة لم يمر بها خط وخطان يضاف لها (3) ويحدد عدد الأصفار.

اختبار مثالية التخصيص في جدول رقم (5).

يتم اختبار الأعمدة:

يتم اختبار الصفوف: يتضح عدد الأصفار المخصصة (5) حتى نصل إلى التخصيص الأمثل.

#### النتيجة:

- الأمر (1) يخصص على الآلة (ب).  
 الأمر (2) يخصص على الآلة (أ).  
 الأمر (3) يخصص على الآلة (ج).  
 الأمر (4) يخصص على الآلة (هـ).  
 الأمر (5) يخصص على الآلة (ب).

وتكاليف التخصيص تظهر كما يأتي:

1	(2)
2	(2)
3	(5)
4	(6)
5	(3)

المجموع (18)

#### مثال:

في أحد الأقسام في مصانع جياي لصناعة السيارات توجد (4) آلات وردت إلى أحد الأقسام، والتي يتم إنجازها على وفق أوامر إنتاج، وتتنجز على وفق خطة زمنية، ولكل أمر معين لكل آلة معينة.

المطلوب: تخصيص آلة لكل أمر إنتاج بحيث يكون زمن الإنتاج أقل ما يمكن مع شرح

خطوات الحل باختصار، وذلك من خلال البيانات الآتية:

أقسام/آلات	1	2	3	4
أ	7	10	12	13
ب	3	9	6	6
ج	13	12	18	5
د	9	8	3	4

التخصيص:

الأمر	الآلة	الأيام
أ	2	10
ب	1	3
ج	4	5
د	3	3
المجموع		21 يوماً

مثال:



خصص أوامر الإنتاج الأربعة الآتية على الآلات الأربع إذا كانت تكلفة تصنيع أمر إنتاج معين على آلة معينة كما يوضحه الشكل في أدناه:

الآلات / أوامر الإنتاج	1	2	3	4
أ	3	9	18	3
ب	26	4	28	13
ج	15	18	19	38
د	10	24	26	19

الحل:

أولاً: نطرح من كل صف أصغر قيمة وهي: 3-4-15-10- على التوالي لهذه الصفوف.

الآلات / أوامر الإنتاج	1	2	3	4
أ	صفر	6	15	صفر
ب	22	صفر	24	9
ج	صفر	3	4	23
د	صفر	14	16	9

ثانياً: نطرح من كل عمود أقل قيمة وهي صفر، صفر، 4، صفر، ويصبح الشكل الآتي:

4	3	2	1	الآلات / أوامر الإنتاج
صفر	11	6	صفر	أ
9	20	صفر	22	ب
23	صفر	3	صفر	ج
9	12	14	صفر	د

ثالثاً: نختبر الصفوف والأعمدة حيث لا بد من وجود (صفر) في كل من هذه الصفوف والأعمدة ويظهر الجدول كالتالي:

4	3	2	1	الآلات / أوامر الإنتاج
صفر	11	6	صفر	أ
9	20	0	22	ب
23	0	3	0	ج
9	12	14	0	د

- (أ) صف به صفر واحد نخصه وليس به أصفار في عموده.  
 (ب) صف به صفر واحد نخصه ونلغي باقي الأصفار في عموده.  
 (ج) عمود 3 به صفر واحد نخصه ونلغي باقي الأصفار في صفه.  
 (د) عمود (4) به صفر واحد نخصه ونلغي باقي الأصفار في صفه ويصبح التخصيص على النحو الآتي:

ويكون التخصيص:

أ	ب	ج	د
4	2	3	1

ومعنى ذلك تم توزيع أوامر الإنتاج على الآلات، وتظهر تكاليفها على النحو التالي:

$$\begin{aligned} 15 &= \text{أمر إنتاج (1) على الآلة (د)} \\ 4 &= \text{أمر إنتاج (2) على الآلة (ب)} \\ 19 &= \text{أمر إنتاج (3) على الآلة (ج)} \\ 3 &= \text{أمر إنتاج (4) على الآلة (أ)} \\ 36 &= \text{المجموع} \end{aligned}$$

مثال:



خصص أوامر الإنتاج الآتية على الآلات الخمس التالية إذا كانت تكاليف تصنيع أمر إنتاج معين على آلة واحدة فقط.

آلات / أوامر إنتاج	1	2	3	4	5
أ	7	2	10	12	13
ب	3	9	18	3	6
ج	13	10	5	5	5
د	2	8	6	4	9
هـ	6	8	9	3	11

الحل:

نطرح من كل صف أقل قيمة وهي: 2، 3، 2، 3، ويصبح الجدول:

آلات / أوامر إنتاج	1	2	3	4	5
أ	5	صفر	8	10	11
ب	صفر	6	15	صفر	3
ج	8	5	صفر	صفر	صفر
د	صفر	6	4	2	7
هـ	3	5	6	صفر	8

أولاً: نطرح من كل عمود أقل قيمة فيه، وسينتج عن ذلك نفس الجدول في أدناه، لأن كل عمود أقل قيمة هي: صفر، ولذلك يمكن تصويره كما يأتي:

آلات / أوامر إنتاج	1	2	3	4	5
أ	5	صفر	8	10	11
ب	صفر	6	15	صفر	3
ج	8	5	صفر	صفر	صفر
د	صفر	6	4	2	7
هـ	3	3	6	صفر	8

ثانياً: نختبر الصفوف والأعمدة كما في الجدول في أدناه المعاد تصويره:

- أ- صف (أ) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار، في عموده.
- ب- صف (د) به صفر واحد نخصه ونلغي باقي أصفار العمود (أ) الموجود فيه هذا الصفر.
- ج- صف (هـ) به صفر واحد نخصه ونلغي باقي أصفار العمود (4) الموجود فيه هذا الصفر.
- د- باقي الصفوف بها أكثر من صفر لذلك نختبر الأعمدة.
- عمود (3) به صفر واحد نخصه ونلغي باقي أصفار الصف (ج) الموجود فيه هذا الصفر.
- ثالثاً: لم نصل إلى حل كامل، لذلك نطبق الخطوة (ج) من خطوات الحل المذكورة في أول هذا الدرس، ويظهر الحل كما في الجدول في أدناه.

آلات / أوامر إنتاج	1	2	3	4	5
أ	5	0	8	10	11
ب	0	6	15	0	3
ج	8	5	0	0	0
د	0	6	4	2	7
هـ	3	5	6	0	8

أ- الصفر الموجود في خانة العمود (2) خصص عند اختبار الصفوف، لذلك نضع خطأً على عمود (2).

ب- الصفر الموجود في خانة (ب) خصص عند اختبار الصفوف، لذلك نضع خطأً على عمود (1).

ج- الصفر الموجود في خانة (هـ) العدد (4) خصص عند اختبار الصفوف، ولذلك نضع خطأً على عمود (4).

د- الصفر الموجود في خانة (ج) العدد (3) خصص عند اختبار الأعمدة، ولذلك نضع خطأً على صف (ج).

هـ- أقل قيمة غير مغطاة بخط هي (3) في خانة (ب) (5).

و- نطرح هذه القيمة من كل قيمة لم يمر بها خط.

ز- نجمع هذه القيمة من كل قيمة تقاطع عندها خطان.

الأصفار والقيم التي مر بها خط واحد لا تتغير.

رابعاً: ينتج عن هذا الجدول الشكل في أدناه.

آلات / أوامر إنتاج	1	2	3	4	5
أ	5	0	5	10	8
ب	0	6	12	0	0
ج	11	8	0	0	0
د	0	6	1	2	4
هـ	3	5	3	0	5

خامساً: نعيد اختبار الصفوف والأعمدة كما في الجدول في أدناه:

آلات / أوامر إنتاج	1	2	3	4	5
أ	5	0	5	10	8
ب	0	6	12	0	0
ج	11	8	0	0	0
د	0	6	1	2	4
هـ	3	5	3	0	5

أ- صف (أ) به صف واحد نخصه وليس هناك أصفار في عمود هذا الصفر.

- ب- صف (د) به صفر واحد نخصه، ونلغي باقي أصفار العمود (1) الموجود فيه هذا الصفر.
- ج- صف (د) به صفر واحد نخصه، ونلغي باقي أصفار العمود (4) الموجود فيه هذا الصفر.
- د- العمود (3) به صفر واحد نخصه، ونلغي باقي أصفار الصف (ج) الموجود فيه هذا الصفر.
- هـ- أصبح هناك صفر واحد في صف (ب) نخصه.
- سادساً: وبذلك نصل إلى حل كامل كما هو:

الأوامر	الآلة
2	أ
5	ب
3	ج
1	د
4	هـ

أي وضع أمر الإنتاج الأول سوف يكون على الآلة (د) ، وأمر الإنتاج (2) على الآلة (أ) ، وأمر الإنتاج (3) على الآلة (ج) وأمر الإنتاج (4) على الآلة (هـ)، وأمر الإنتاج (5) سوف يكون على الآلة (ب).

وتكاليف الإنتاج لهذا الحل كالآتي:

أ	2 وتكون القيمة	2
ب	5 وتكون القيمة	6
ج	3 وتكون القيمة	5
د	1 وتكون القيمة	2
هـ	4 وتكون القيمة	3
المجموع		18



مثال:



يراد تخصيص آلة معينة من بين (5) آلات لكل أمر إنتاج من بين (5) أوامر إنتاج علماً بأن درجة الكفاية لتصنيع أمر إنتاج معين على آلة معينة هي كما موضح في الشكل المرفق، ويراد عمل التخصيص بحيث تبلغ درجة الكفاية أكبر ما يمكن:

آلات / أوامر إنتاج	1	2	3	4	5
أ	7	2	10	12	13
ب	3	9	18	3	6
ج	13	10	5	5	5
د	2	8	6	4	9
هـ	6	8	9	3	11

الحل:

أكبر رقم في هذا الجدول هو (18)، لذلك نحول القيم الموجودة داخل هذه الخلايا حسب المعادلة الآتية:

القيمة الجديدة لخلية ما = (18) أكبر قيمة في الجدول .

القيمة الموجودة في الخلية: فمثلاً القيمة الموجودة في الخلية (أ) (1) هي (7) تصبح:

(18-7) = 11 وهكذا

يتحول الجدول السابق إلى شكل جدول آخر وهو :

آلات / أوامر إنتاج	1	2	3	4	5
أ	11	16	18	6	5
ب	15	9	صفر	15	12
ج	5	8	13	13	13
د	16	10	12	14	9
هـ	12	10	9	15	7

ثم يستمر الحل بطرح أقل قيمة من كل صنف ثم من كل عمود إلى آخر هذه الخطوات.

مثال:

خصص أوامر الإنتاج الستة التالية على الآلات الست الآتية: إذا كان تصنيع أمر إنتاج معين على آلة معينة يظهر على النحو الآتي:

آلات / أوامر الإنتاج	1	2	3	4	5	6
أ	51	25	52	39	72	41
ب	50	81	65	49	29	22
ج	32	32	51	60	39	27
د	43	37	52	48	50	45
هـ	33	30	26	39	40	29
و	30	51	60	40	40	82

الحل:

أولا: نطرح من كل صف أقل قيمة فيه كما تظهر كالآتي:

آلات / أوامر الإنتاج	1	2	3	4	5	6
أ	26	0	27	14	47	16
ب	28	59	43	27	7	0
ج	5	5	24	33	12	0
د	6	0	15	11	13	8
هـ	7	4	0	13	14	3
و	0	21	30	10	10	52

ثانياً: نطرح من كل عمود أقل قيمة فيه

آلات / أوامر الإنتاج	1	2	3	4	5	6
أ	26	0	27	4	40	16
ب	28	59	43	17	0	0
ج	5	5	24	23	5	0
د	6	0	15	1	6	8
هـ	7	4	0	3	7	3
و	0	21	30	0	3	52

ثالثاً: نختبر الصفوف والأعمدة كما في الجدول الآتي:

أ- صف (أ) به صفر واحد نخصه، ونلغي باقي أصفار العمود (2) الموجود به هذا الصفر.

ب- صف (ج) به صفر واحد نخصه، ونلغي باقي أصفار العمود (6) الموجود به هذا الصفر.

آلات / أوامر الإنتاج	1	2	3	4	5	6
أ	26	0	27	4	40	16
ب	28	59	43	17	0	0
ج	5	5	24	23	5	0
د	6	0	15	1	6	8
هـ	7	4	0	3	7	3
و	0	21	30	0	3	52

(ج) صف (هـ) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عمود (3) الموجود به هذا الصفر.

(د) عمود (4) به صفر واحد نخصه، ونلغي باقي أصفار الصف (و) الموجود به هذا الصفر.

(هـ) عمود (5) به صفر واحد نخصه، وباقي أصفار الصف (ب) الموجود به الصفر قد أُلغيت من قبل.

رابعاً: لم نصل إلى حل كامل، لذلك نطبق الخطوة (هـ) من خطوات الحل المذكورة في أول هذا الملحق.

آلات / أوامر الإنتاج	1	2	3	4	5	6
أ	26	0	27	4	40	16
ب	28	59	43	17	0	0
ج	5	5	24	23	5	0
د	6	5	15	1	6	8
هـ	7	4	0	3	7	3
و	0	21	30	0	3	52

أ- الصفر الموجود في خانة (أ) (2) خصص عند اختبار الصفوف، ولذلك نضع خطأً على عمود (2).

ب- الصفر الموجود في خانة (ب) (5) خصص عند اختبار الأعمدة، ولذلك نضع خطأً على (صفر) (ب).

ج- الصفر الموجود في خانة (ج) خصص عند اختبار الصفوف، ولذلك نضع خطأً على عمود (6).

د- الصفر الموجود في خانة (هـ) (3) خصص عند اختبار الصفوف، ولذلك نضع خطأً على عمود (3).

هـ- الصفر الموجود في خانة (و) (4) خصص عند اختبار الأعمدة، ولذلك نضع خطأً على صف (و).

و- أقل قيمة غير مغطاة بخط هي (1) الموجود في خانة (د) (4).

ز- نطرح هذه القيمة من كل قيمة لم يمر بها خط.

ح- نجمع هذه القيمة على كل قيمة تقاطع عندها خطان.  
ط- الأصفار والقيم التي مر بها خط واحد لا تتغير.

آلات / أوامر الإنتاج	1	2	3	4	5	6
أ	25	صفر	27	3	39	16
ب	28	60	44	17	صفر	صفر
ج	4	5	24	22	4	صفر
د	5	صفر	15	صفر	5	8
هـ	6	4	صفر	2	6	3
و	صفر	22	31	صفر	3	52

- (أ) صف (أ) به صفر واحد نخصصه، ونلغي باقي أصفار عمود (2) الموجود به هذا الصفر.  
(ب) صف (ج) به صفر واحد نخصصه، ونلغي باقي أصفار عمود (6) الموجود به هذا الصفر.  
(ج) صف (د) به صفر واحد نخصصه، ونشط باقي أصفار عمود (4) الموجود به هذا الصفر.  
(د) صف (هـ) به صفر واحد نخصصه، وليس هناك أصفار في عمود (3) الموجود به هذا الصفر.  
(هـ) عمود (1) به صفر واحد وباقي أصفار الصف ألغيت سابقاً.  
(و) صف (ب) أصبح به صفر واحد نخصصه وليس هناك أصفار في عمود (5) الموجود به هذا الصفر.  
(ز) وبذلك يصبح التخصيص كاملاً على النحو الآتي:

- أ = (2)  
 ب = (5)  
 ج = (6)  
 د = (4)  
 هـ = (3)  
 و = (1)

بعد ذلك يظهر أن أمر الإنتاج (1) على الآلة (و) وأمر الإنتاج (2) يكون على الآلة (أ) وأمر الإنتاج (3) يكون على الآلة (هـ) وأمر الإنتاج (4) يكون على الآلة (د) وأمر الإنتاج (5) يكون على الآلة ب، وأمر الإنتاج (6) يكون على الآلة (ج) بينما تكاليف هذا الحل تظهر كما يأتي:

- أ = (25)  
 ب = (29)  
 ج = (27)  
 د = (48)  
 هـ = (26)  
 و = (30)

آلة	أمر	تكاليف
أ	2	25
ب	5	29
ج	6	27
د	4	48
هـ	3	26
و	1	30
المجموع		185

ويمثل الحل الأمثل.



**مثال :** خصص أوامر الإنتاج الستة الآتية على الآلات الست إذا عرفت أن تكلفة منتج معين على آلة محددة كما يظهره الجدول الآتي:

أوامر إنتاج/ آلات	1	2	3	4	5	6
أ	51	25	52	39	72	41
ب	50	81	65	49	29	22
ج	27	32	51	60	39	32
د	43	52	37	48	50	45
هـ	33	30	39	26	40	29
و	82	40	40	60	30	51

**الحل:**

1- نطرح من كل صف أقل قيمة فيه.

أوامر إنتاج/ آلات	1	2	3	4	5	6
أ	26	0	27	14	47	16
ب	28	59	33	27	7	0
ج	0	5	24	33	12	5
د	6	15	0	11	13	8
هـ	7	4	13	0	14	3
و	52	10	10	30	0	21

نطرح من كل عمود أقل قيمة فيه، ويلاحظ أن أقل قيمة هي الصفر، لذا يظهر الجدول السابق كما هو. اختبر الصفوف والأعمدة كما يلي فينتج الجدول الآتي:

أوامر إنتاج/ آلات	1	2	3	4	5	6
أ	26	0	27	14	47	16
ب	28	59	33	27	7	0
ج	0	5	24	33	12	5
د	6	15	0	11	13	8
هـ	7	4	13	0	14	3
و	52	10	10	30	0	21

صف (أ) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده

صف (ب) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده.  
صف (ج) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده.  
صف (د) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده.  
صف (هـ) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده.  
صف (و) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده. ويكون شكل التخصيص على النحو الآتي:

الأوامر	الآلات	القيمة
أ	2	25
ب	6	22
ج	1	27
د	3	37
هـ	4	26
و	5	30
المجموع الكلي		167

مثال:

يراد تخصيص آلة معينة من بين (5) آلات لكل أمر إنتاج من بين (5) أوامر إنتاج علماً بأن درجة الكفاية لتصنيع أمر إنتاج معين على آلة معينة هي التي يوضحها الجدول الآتي: ويراد تخصيصه بغرض تحقيق مستوى كفاية أعلى.

أوامر / آلات	1	2	3	4	5
أ	7	2	10	12	13
ب	3	9	18	3	6
ج	13	1	5	5	5
د	2	8	6	4	9
هـ	6	8	9	3	11

الحل: أكبر رقم في الجدول هو (18).

نقوم بطرح الرقم (18) من كل خلية ليعطي الجدول الآتي:



أوامر/ آلات	1	2	3	4	5
أ	11	16	8	6	5
ب	15	9	صفر	15	12
ج	5	8	13	13	13
د	16	10	12	14	9
هـ	12	10	9	15	7

ويكون الحل النهائي كما يأتي:

أ	4	12
ب	3	18
ج	1	13
د	2	8
هـ	5	11
المجموع الكلي		62

مثال:



خصص أوامر الإنتاج الخمسة على الآلات الخمس الآتية إذا كانت تكلفة تصنيع أمر إنتاج معين كل آلة معينة يظهر في الجدول الآتي:

أوامر/ آلات	1	2	3	4	5
أ	16	25	4	15	10
ب	7	19	18	23	12
ج	16	12	13	15	20
د	9	12	7	15	7
هـ	18	12	14	9	10

الحل:

أولاً: نطرح من كل صف أقل قيمة فيه وهي (4).

ويظهر الجدول الجديد كما يأتي:

أوامر / آلات	1	2	3	4	5
أ	12	21	صفر	11	6
ب	صفر	12	11	16	5
ج	4	صفر	1	3	8
د	2	5	صفر	8	صفر
هـ	9	3	5	صفر	1

ثانياً: نطرح من كل عمود أقل قيمة فيه وهي (صفر) ويكون نفس الجدول السابق.

أوامر / آلات	1	2	3	4	5
أ	12	21	صفر	11	6
ب	صفر	12	11	16	5
ج	4	صفر	1	3	8
د	2	5	صفر	8	صفر
هـ	9	3	5	صفر	8

أ- صف (أ) به (صفر) واحد نخصه ونلغي الأصفار الموجودة في عموده.

ب- صف (ب) به (صفر) واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده.

ج- صف (ج) به (صفر) واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده.

هـ- صف (هـ) به (صفر) واحد وليس هناك أصفار في عموده. وبذلك يصبح التخصيص على

النحو الآتي:

أ	3	4
ب	1	7
ج	2	12
د	5	7

9	4	هـ
39		المجموع الكلي

مثال:



خصص أوامر الإنتاج الستة الآتية على آلات ست بالمصنع إذا كانت تكلفة إنتاج أمر معين على آلة معينة كما هو الآتي:

أوامر إنتاج/ آلات	1	2	3	4	5	6
أ	51	25	52	39	72	41
ب	50	81	65	49	39	22
ج	27	32	51	60	29	32
د	43	52	37	48	50	45
هـ	33	30	39	26	40	29
و	82	40	40	60	30	51

الحل:

نطرح من كل صف أقل قيمة كما في الجدول الآتي:

أوامر إنتاج/ آلات	1	2	3	4	5	6
أ	26	0	27	14	47	16
ب	28	59	33	27	7	0
ج	0	5	24	33	12	5
د	6	15	0	11	13	8
هـ	7	4	13	0	14	3
و	52	10	10	30	0	21

- أ- صف (أ) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده.
- ب- صف (ب) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده.
- ج- صف (ج) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده.
- د- صف (د) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده.
- هـ- صف (هـ) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده.

و- وبذلك يصبح التخصيص على النحو الآتي:

2	أ
6	ب
1	ج
3	د
4	هـ
5	و

مثال:

خصص أوامر الإنتاج الخمسة الآتية على الآلات الخمس الآتية: إذا كانت تكاليف تصنيع أمر إنتاج معين على آلة معينة كما في الجدول الآتي:

آلات/أوامر	1	2	3	4	5
أ	7	2	9	12	13
ب	3	9	18	3	6
ج	13	10	5	5	5
د	2	8	6	4	9
هـ	6	8	9	3	11

الحل:

اولاً: نطرح من كل صف أقل قيمة فيه كما في الجدول الآتي:

آلات/أوامر الإنتاج	1	2	3	4	5
أ	5	0	8	10	11
ب	0	6	15	1	3
ج	0	0	0	5	8
د	2	4	6	0	7
هـ	3	5	6	8	0

ثانياً: نطرح من كل عمود أقل قيمة فيه، وسينتج عن ذلك نفس الجدول السابق.

آلات/أوامر الإنتاج	1	2	3	4	5
أ	5	0	8	10	11
ب	0	6	15	1	3
ج	0	0	0	5	8
د	2	4	6	0	7
هـ	3	5	6	8	0

ثالثاً: نختبر الصفوف والأعمدة:

أ- صف (أ) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده.

ب- صف (د) به صفر واحد نخصه ونلغي باقي أصفار العمود (أ) الموجود فيه هذا الصفر.

ج- صف (هـ) به صفر واحد نخصه ونلغي باقي أصفار العمود (4) الموجود فيه هذا الصفر.

د- باقي الصفوف بها أكثر من صفر لذلك نختبر الأعمدة.

هـ - عمود به (3) صف واحد نخصه ونلغي باقي أصفار الصف (ج) الحل الموجود فيه هذا الصفر.

رابعاً: لم نصل إلى حل كامل، لذلك نطبق الخطوة (ج) من خطوات الحل لتظهر في الجدول الآتي:

آلات/أوامر الإنتاج	1	2	3	4	5
أ	5	0	8	10	11
ب	0	6	15	1	3
ج	0	0	0	5	8
د	2	4	6	0	7
هـ	3	5	6	8	0

نطرح من كل عمود أقل قيمة فيه، وسينتج عن ذلك الجدول السابق نفسه.

- نختبر الصفوف والأعمدة.

أ- صف (أ) به صفر واحد نخصه وليس هناك أصفار في عموده.

ب- صف (د) به صفر واحد نخصه، ونلغي باقي أصفار العمود (أ) الموجود فيه هذا الصفر.

ج- صف (هـ) به صف واحد نخصه، ونلغي باقي أصفار العمود (4) الموجود فيه هذا الصفر.

د- باقي الصفوف بها أكثر من صفر لذلك نختبر الأعمدة.

هـ - عمود به (3) صف واحد نخصه ونلغي باقي أصفار الصف (ج) الحل الموجود فيه هذا الصفر.

خامساً- لم نصل إلى حد كامل، لذلك نطبق الخطوة (ج) من خطوات الحل ليظهر في الجدول الآتي:

آلات/أوامر	1	2	3	4	5
أ	5	0	5	10	8
ب	0	6	12	0	0
ج	11	8	0	0	0
د	0	6	1	2	4
هـ	3	5	3	0	5

أ- الصفر الموجود في خانة (أ) (2) خصص عند اختبار الصفوف، لذلك نضع خطأً على عمود (2).

- ب- الصفر الموجود في خانة (د) (1) خصص عند اختبار الصفوف، ولذلك نضع خطأً على عمود (1).
- ج- الصفر الموجود في خانة هـ (4) خصص عند اختبار الصفوف، ولذلك نضع خطأً على عمود (4).
- د- أقل قيمة غير مغطاة بخط هي (3) في خانة (ب) (5).
- هـ- نطرح هذه القيمة من كل قيمة لم يمر بها خط.
- و- نجمع هذه القيمة على كل قيمة تقاطع عندها خطان.
- ز- الأصفار والقيم التي يمر بها خط واحد لا تتغير.
- ❖ ينتج عن هذا كله الجدول السابق نفسه.
- ❖ نعيد اختبار الصفوف والأعمدة في الجداول السابقة.
- أ- صف (أ) به صفر واحد نخصصه وليس هناك أصفار في عمود هذا الصفر.
- ب- صف (د) به صفر واحد نخصصه، ونلغي باقي أصفار العمود الموجود فيه هذا الصفر.
- ج- صف (هـ) به صفر واحد نخصصه، ونلغي باقي أصفار العمود الموجود فيه هذا الصفر.
- د- العمود (3) به صفر واحد نخصصه، ونلغي باقي أصفار (ج) الموجود فيه هذا الصفر.
- هـ- أصبح هناك صفر واحد في صف (ب) نخصصه.
- ❖ وبذلك نصل إلى حل كامل هو:

2	أ
5	ب
3	ج
1	د
4	هـ

ويكون حجم التكاليف على النحو الآتي:

القيمة	التكاليف	الأمر
2	2	أ
6	5	ب
5	3	ج
7	1	د
3	4	هـ
18		المجموع

أمثلة على التخصيص:

خصص العمال الثلاثة: أ، ب، ج، على المهام الثلاثة، وهي: 1، 2، 3، والتي تتضح كما

يأتي:

العمال / المهام	1	2	3
أ	18	14	10
ب	24	20	28
ج	32	26	30

الحل:

نحدد أصغر رقم في كل صف ونطرحه، وهي: 10، 20، 26، ويظهر كما يأتي: في

الجدول في أدناه:

العمال / المهام	1	2	3
أ	8	4	صفر
ب	4	0	8
ج	6	0	4



لا بد من تخصيص كل صف أو عمود بمهمة واحدة ولكن يلاحظ العمود الثاني له مهمة واحدة ويشغلها عاملان هما ب، ج، أو يتم تنفيذها في وقت واحد، لذا فإنه ليس حلاً أمثل، لذا نقوم بطرح الرقم (4) من العمود (1) من الجدول ليصبح:

العمال / المهام	1	2	3
أ	4	4	صفر
ب	0	0	8
ج	2	0	4

لذا يخصص العمال على النحو الآتي:

عمال	المهمة
أ	3
ب	1
ج	2

ويكون مجموع التكاليف اللازمة لهذا التخصيص من الجدول الأصلي هي:

عمال /	المهمة	التكاليف
أ	3	10
ب	1	24
ج	2	26
المجموع		60

مثال:

الرجاء تخصيص (4) عمال على أربعة مهام هي: 1، 2، 3، 4  
علماً بأن العاملين هم: أ، ب، ج، د.

عمال / مهام	1	2	3	4
أ	6	12	8	2
ب	18	20	14	18
ج	14	22	10	8
د	10	16	14	16

- نختار أقل قيمة من الخلايا التي لا تغطيها أو تمر بها المستقيمات المتقطعة يتم تخصيصه في الجدول في أعلاه، ثم نطرحها من أي قيم لا تمر بها المستقيمات المتقطعة، ونضيفها إلى أي قيمة يلتقي عندها مستقيمان كما هو موضح في الجدول في أعلاه.

عمال / مهام	1	2	3	4
أ	4	10	6	0
ب	4	6	0	4
ج	6	14	2	0
د	0	6	4	6

نطرح أقل قيمة في كل صف وهي: (2)، 14، 8، 10، ويكون الجدول على النحو الآتي:

عمال / مهام	1	2	3	4
أ	2	8	4	0
ب	4	6	0	6
ج	4	12	0	0
د	0	6	4	8

نطرح الرقم (6) من العمود الثاني في الجدول أعلاه حتى يتم تخصيصه ليصبح الجدول كما يأتي:

عمال / مهام	1	2	3	4
أ	2	8	4	0
ب	4	0	0	6
ج	4	6	0	0
د	0	0	4	8

لذا يتم التخصيص الأمثل كما يأتي:

المهمة	العامل
4	أ
2	ب
3	ج
1	د

وتكون التكاليف على النحو الآتي:

العمال	الأوامر	التكاليف
أ	4	2
ب	2	20
ج	3	10
د	1	10
المجموع		42



مثال: لدينا ثلاثة عمال هم : أ ، ب ، ج ، يعملون على آلات ثلاث هي : 1، 2، 3،

عمال / مهام	1	2	3
أ	18	14	10
ب	24	20	28
ج	32	26	30

يلاحظ أن عدد العمال (3) ورغبت الشركة في خفض التكاليف إذن عدد البدائل هو:

$3 = 3 + 2 + 1$  بدائل ويمكن عرض الحل على النحو الآتي:

عمال/مهام	1	2	3	البدائل	أ	ب	ج	التكاليف
أ	18	14	10	1	1	2	3	$62 = 32 + 20 + 10$
ب	24	20	28	2	2	1	3	$74 = 32 + 28 + 14$
ج	32	26	30	3	3	2	1	$68 = 30 + 20 + 18$
				4	3	1	2	$72 = 26 + 28 + 18$
				5	2	3	1	$70 = 30 + 24 + 14$
				6	1	2	3	$60 = 26 + 24 + 10$

يظهر من الجدول في أعلاه أن ما يحقق أقل تكلفة هو البديل الأخير (60).

مثال تعظيم الربح:



لدى شركة سابنتود التجارية عدد من العمال ترغب في شغلهم بمهام محددة بشرط ان تعمل على تحقيق أكبر مستوى من الربحية الممكنة، لذا يرجى تخصيص هؤلاء العمال على هذه المهام المتمثلة في مصفوفة تحقق الأرباح التي تناسب الشركة.

عمال / مهام	1	2	3	4
أ	10	8	30	12
ب	2	12	14	18
ج	14	2	22	10
د	20	18	36	28

ففي حالة تعظيم حجم الربحية يمكن طرح الأرقام من جميع الأرقام الكبيرة بالجدول (أي أكبر رقم في الجدول وهو (36) هو الأساس، والباقي يوضع في الجدول الآتي أي (36-10) وهكذا:

عمال / مهام	1	2	3	4
أ	26	28	6	24
ب	34	24	22	18
ج	22	34	14	26
د	16	18	0	8

يلاحظ أنه تم تخصيص (د) على المهمة رقم (3) ليصبح كل الصفوف التي ليس بها صفر يطرح أقل الأرقام فيها ويطرح من الأعمدة ليصبح على النحو الآتي: وهي: 6، 18، 14.

عمال / مهام	1	2	3	4
أ	10	8	30	12
ب	2	12	14	18
ج	14	2	22	10
د	20	18	36	28

في حالة تعظيم الربحية يمكن طرح الأرقام من جميع الأرقام الكبيرة بالجدول أي من أكبر رقم في الجدول وهو (36) هو الأساس والباقي يوضع في الجدول الآتي أي (36-10) وهكذا.

عمال / مهام	1	2	3	4
أ	26	28	6	24
ب	34	24	22	18
ج	22	34	14	26
د	16	18	0	8

يلاحظ أنه تم تخصيص (د) على المهمة رقم (3) ليصبح كل الصفوف التي ليس بها صفر يطرح أقل من الأرقام فيها ويطرح من الأعمدة على النحو الآتي وهي: 14، 18، 6.

عمال / مهام	1	2	3	4
أ	20	22	0	18
ب	16	6	4	0
ج	8	20	0	12
د	16	18	0	8

يلاحظ أنه لم يتم تخصيص أي من العاملين على المهام. نقوم بطرح أي رقم من كل عمود لا يوجد به صفر وهو الأقل من بقية الأعمدة وهي: 6، 8 على النحو الآتي من عمود (2، 1)، ويكون الجدول على النحو الآتي:

عمال / مهام	1	2	3	4
أ	12	16	0	18
ب	8	0	4	0
ج	0	14	0	12
د	8	12	0	8

نغطي كل صف وكل عمود يحتوي على صف أقل عمود من المستقيمات كما يظهر من الجدول في أعلاه.

ونختار أقل رقم من الأرقام غير المغطاة وهو (8)، ونطرحه من جميع الأرقام غير المغطاة ونضيفه إلى الأرقام التي تقع عند تقاطع مستقيمين لنحصل على الجدول في أدناه:

عمال / مهام	1	2	3	4
أ	20	24	0	26
ب	8	0	12	0
ج	0	14	8	12
د	0	4	0	0

وبهذا يكون الحل الأمثل لهذا التخصيص على النحو الآتي:

المهام	العامل
3	أ
2	ب
1	ج
4	د

وتكون التكاليف على النحو الآتي:

التكاليف	التخصيص	العامل
30	3	أ
12	2	ب
14	1	ج
28	4	د
84		المجموع

#### تمرين للمناقشة:

- لدى شركة اميفارما البيانات التالية ترغب في تخصيص العاملين: أ، ب، ج، د على شغل (4) آلات مختلفة هي: 1، 2، 3، 4 وترغب في تخصيصها على النحو الآتي:
- أ - بغرض تعظيم الربحية.
- ب - الضغط على المصروفات إلى أبعد حد ممكن.

عمال / مهام	1	2	3	4
أ	7	5	18	6
ب	13	9	2	11
ج	19	12	9	17
د	3	5	8	4

#### تمرين للمناقشة:

أوجد الحل الأمثل لمشكلة التخصيص الآتي:

عمال / مهام	1	2	3	4
أ	14	9	8	5
ب	1	8	3	10
ج	13	1	5	5
د	12	9	2	4
هـ	1	8	3	1
و	9	1	1	0





نماذج الاختبار والتكليف والتخصيص تمثل حالة خاصة لمشكلات النقل يكون فيها التوزيع أو التخصيص واحداً لواحد ، أي عاملاً لكل مهمة أو آلية لكل مشروع أو ما شابه ذلك.

تناولنا مفهوم نظرية التخصيص وأهدافها التي تتمثل في تقليل التكاليف أو المساواة أو تقليل وقت الإنتاج ، وزيادة كفاية المنشأة بحسن استخدام الموارد أساساً ، وتقوم على أساس مدخل تكاليف الفرصة البديلة بمعنى زيادة الأرباح التي كان يجب الحصول عليها لو اتخذنا قراراً غير القرار الذي اتخذ بالفعل.

كما استعرضنا بالتفصيل خطوات الحل لأي تمرين باستخدام نظرية التخصيص. ومن خلال مراجعة الأمثلة التطبيقية وحلولها التي تجدها في ثانيا الوحدة نتوقع أن تكون قد تكونت لديك المهارات الكافية للتعامل مع هذا النوع من المشكلات.



#### 4. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية الخامسة:

عزيزي الدارس، نتناول في الوحدة القادمة من هذا المقرر نماذج إدارة المخزن - حيث إن إدارة المنشآت تركز على الاحتفاظ بمخزون سلعي يحقق الاستقرار في عمليات الإنتاج ويقلل مخاطر عدم انتظام التوريد والإنتاج مما يعطل عمل قطاع الإنتاج، ويبقي المنشأة ارتفاع تكاليف الوحدات المنتجة.



## 5. إجابات التدريبات:

### تدريب (1)

1- نحسب جدول تكاليف الفرص البديلة استناداً إلى مصفوفة التكاليف المبينة في التدريب، نقوم أولاً بتتقيص الأسطر، ونضع النتائج بشكل جدول مع النحو المبين في أدناه.

### جدول (1)

العمال	الآلات			
	1	2	3	4
A	5	0	6	3
B	2	0	5	4
C	3	0	5	8
D	2	0	3	2

### جدول (2)

العمال	الآلات			
	1	2	3	4
A	3	0	3	1
B	0	0	2	2
C	1	0	2	6
D	0	0	0	0

ثم نقوم بتخفيض الأعمدة ونضع النتائج على النحو المبين في أدناه :

### جدول (3)

العمال	الآلات			
	1	2	3	4
A	2	0	2	0
B	0	1	2	2
C	0	0	1	0
D	0	1	0	0



❖ مشكلة التخصيص **Assignment Problem**:

حالة خاصة من حالات مشكلات النقل في البرمجة الخطية تتعلق بالبحث عن التخصيص الأمثل لموارد أو إمكانيات متاحة على عدد من المهمات والوظائف بهدف تقليل التكاليف الإجمالية.

❖ قاعدة التكاليف الأقل **Lowest Cost Rule**:

وهي قاعدة لإيجاد الحل الأولي في نماذج التخصيص.

❖ قاعدة التكاليف الأقل في العمود **Columns Lowest Rule**:

قاعدة لإيجاد الحل الأولي في نماذج التخصيص.



1. إبراهيم أحمد أونور، بحوث العمليات- مفاهيم نظرية وتطبيقية (الخرطوم: دن. دت)، د.ت).
2. أحمد سرور محمد، إدارة الإنتاج (القاهرة: مكتبة عين شمس، 1990).
3. أحمد سرور محمد، وآخرون. إدارة العمليات ( القاهرة: مكتبة عين شمس، 1999م).
4. أحمد سرور محمد، بحوث العمليات في الإدارة ( القاهرة: مكتبة عين شمس، 1987م).
5. أحمد سرور أحمد، محاضرات في بحوث العمليات (القاهرة: كلية التجارة وإدارة الأعمال، جامعة حلوان 1988م).
6. حمدي طه، مقدمة في بحوث العمليات، تعريب: أحمد حسين على حسين (الرياض: دار المريخ للنشر، 1996م).
7. د. الحناوي، محمد صالح، وماضي، محمد توفيق، بحوث العمليات في تخطيط ومراقبة الإنتاج ( الإسكندرية: الدار الجامعية، 1996م).
8. على العلاونة، وآخرون ، بحوث في العمليات في العلوم التجارية ( الأردن، عمان: دار المستقبل للنشر والتوزيع، 2000م).
9. مصطفى، أحمد سيد، إدارة الإنتاج والعمليات في الصناعة والخدمات (القاهرة: الأنجلو مصرية، 1993م).
10. ماضي، محمد توفيق، إدارة الانتاج والعمليات- مدخل إتخاذ القرارات ( الإسكندرية: الدار الجامعية، 1996م).
11. جلال الأشعري 2010، محاضرات ، جامعة صنعاء ، بحوث العمليات.
12. Steven Son.W.J. Production & Operation Management (London: Richard Irwin 1996).
13. Hamdy .A.Taha. Operation Research & Introduction (London: Prentice Hall. Inc. 1997).



الوحدة الخامسة

5

نظرية شبكات الأعمال





## محتويات الوحدة

الصفحة	الموضوع
156	1. المقدمة.....
156	1.1 التمهيد.....
157	2.1 أهداف الوحدة.....
158	2. طريقة المسار الحرج.....
174	3. طريقة تقييم ومراجعة المشروعات "بيرت".....
188	4. الخلاصة.....
189	5. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية السادسة.....
190	6. إجابات التدريبات.....
194	7. مسرد المصطلحات.....
196	8. المراجع.....



### 1.1 التمهيد:

#### عزيزي الدارس،

أهلاً بك إلى الوحدة الخامسة بعنوان نظرية شبكات الأعمال والمسار الحرج من مقرر بحوث العمليات، وسنستعرض فيها نماذج شبكات الأعمال، وفي هذه النماذج تتم صياغة المسألة على شكل شبكة أو مخطط هندسي. وقد قمنا بتوضيح هذه المفاهيم من خلال أمثلة تطبيقية متنوعة. وتعود أهمية هذه التطبيقات إلى استخداماتها في واقع حياتنا العملية سواء على مستوى المؤسسات أم على المستوى العالمي. فيمكن مثلاً استخدام النماذج الشبكية لإيجاد أقصر طول لخطوط الهاتف بين المحطة الرئيسة والمحطات الفرعية في عدد من القرى المجاورة. أو أقصى كمية تدفق النفط من مركز إنتاجه إلى محطة توليد الطاقة، أو إيجاد أقصر طريق في شبكة موصلات تصل بين مدينتين في قطر معين.

وفي هذه الوحدة أمثلة مجاب عنها وتدريبات وأسئلة تقويم ذاتي مع حلول إجابات نموذجية للتدريبات تقع في نهاية الوحدة إضافة لأمثلة توضيحية في ثنايا الوحدة. وقد حرصنا على توفير بعض التدريبات بهدف ترسيخ التعلم وتعزيزه لديك بصفة عامة، ومساعدتك على تنمية موهبتك على فهم هذه الوحدة، كما ذيلنا هذه الوحدة بمسرد للمصطلحات التي وردت في النص الرئيس.

أهلاً بك مرة أخرى إلى هذه الوحدة، نرجو أن تستمتع بدراستها، وأن تفيد منها، وأن تشارك في نقدها وتقييمها، والله من وراء القصد.

## 2.1 أهداف الوحدة:



عزيزي الدارس، بعد فراغك من دراسة هذه الوحدة ينبغي أن تكون قادراً على

أن:

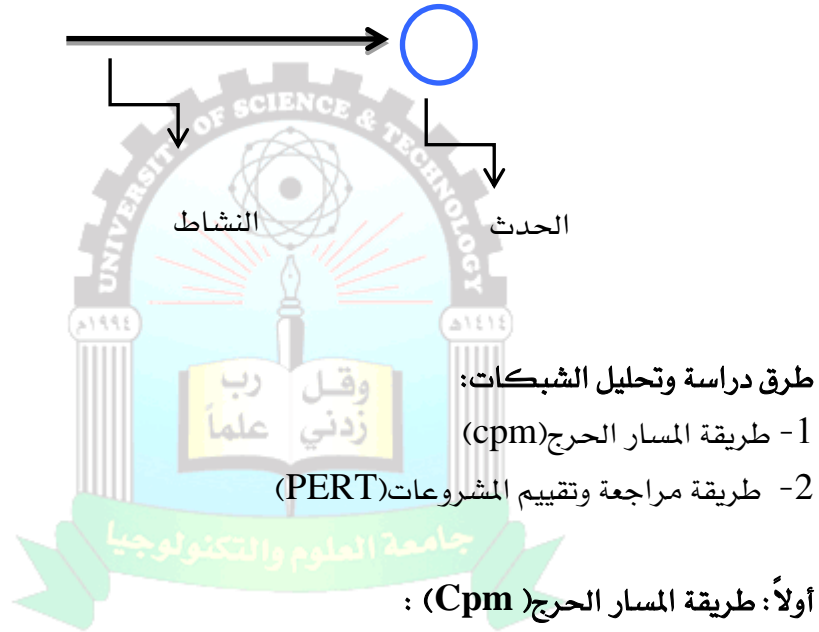
1. تعرف أساليب تحليل الشبكات، وتستخدمها في دراسة وتحليل المشكلات ذات العلاقة.
2. تجد القيمة الصغرى للشبكات في التطبيقات المختلفة.
3. تدرس أساسيات المسار الحرج.
4. تحل مسألة التدفق الأعظم في الشبكات بأنواعها المختلفة.



## الشبكات صفحة 1 الى 8

الشبكة: هي مشروع مكون من عدد من الأنشطة يحب تنفيذها بزمان معين لانجاز المشروع بالكامل.

النشاط: هو عمل يبدأ بنقطة زمنية معينة وينتهي بنقطة زمنية أخرى تسمى حدث يرمز له بالرمز ○ ويحتاج لتنفيذه وقت وإمكانيات محددة يعبر عنه بخط سهمي

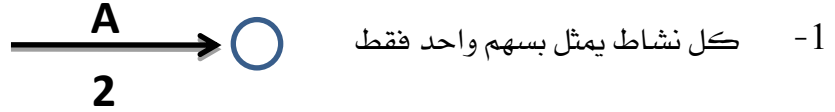


تفيد في تخطيط المشروعات من حيث:

- تحديد الأنشطة
- تحديد الوقت اللازم لتنفيذ كل نشاط على حدة
- تمثيل الأنشطة بأسهم مرتبة حسب الأولويات للوصول للشبكة التي تمثل المشروع كامل وتفيد أيضاً في الجدولة الزمنية للمشروع من حيث:
- جدولة تنفيذ الأنشطة المكونه للمشروع لمعرفة من هو النشاط الذي سنبداً به ومن هو النشاط التالي وهكذا حتى نعلم النشاط الأخير.
- إظهار الأنشطة الحرجة التي لا يمكن تأجيلها.

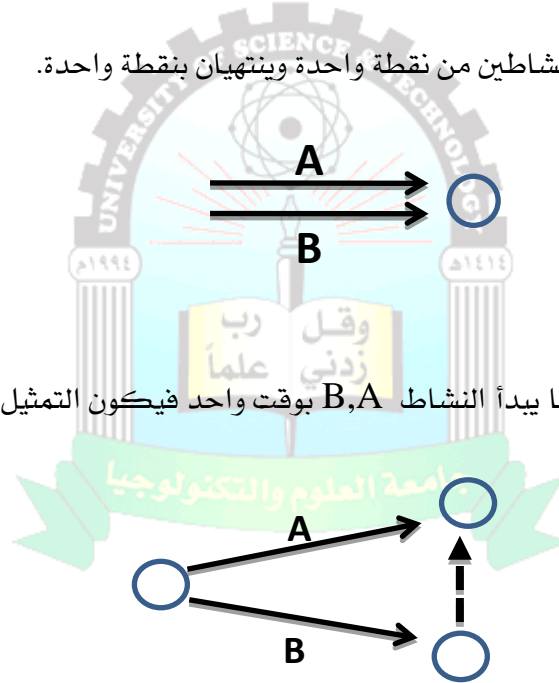
- إظهار الوقت الفائض لكل نشاط الذي به يمكن تأخير الأنشطة دون أن يتأخر تنفيذ المشروع ويقيّد أيضاً في رقابة تنفيذ المشروع.

### قواعد رسم الشبكات:



يكتب فوق أو تحت السهم النشاط (A) وفي الجانب الآخر يكتب زمن تنفيذ النشاط مثلاً ( 2 ساعة ) والدائرة هي رمز الحدث عادة يكتب فيها رقم الحدث.

2- لا يمكن أن يبدأ نشاطين من نقطة واحدة وينتهيان بنقطة واحدة.

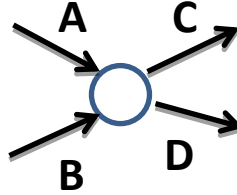


هذا تمثيل خاطئ

هذا الأمر يحدث عندما يبدأ النشاط A, B بوقت واحد فيكون التمثيل الصحيح هو كما في الشكل

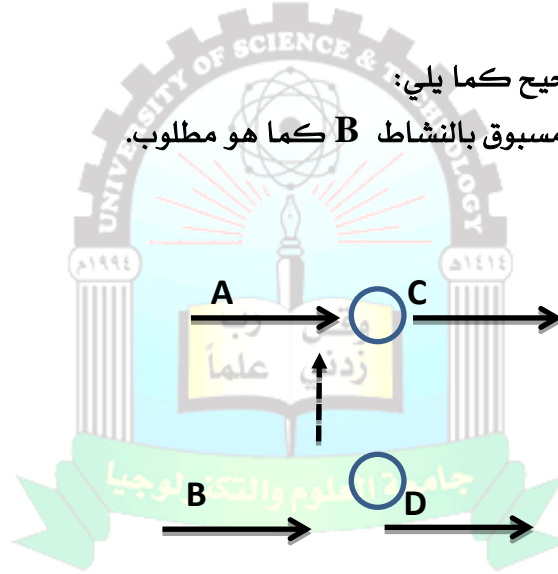
نلاحظ رسم نشاط وهمي بخط متقطع بزمن صفر ويكون هذا هو الوضع أو التمثيل الصحيح.

يفيد النشاط الوهمي في حالات كثيرة كما في هذه الحالات مثلاً:  
النشاط C يسبقه نشاطين A, B وكان النشاط D مسبقاً بالنشاط B فقط. يكمن التعبير  
عن ذلك كما يلي:



هذا التمثيل خاطئ لأن النشاط D يكون مسبقاً بالنشاط A, B وهذا خلاف ما هو  
مطلوب.

ويكون التمثيل الصحيح كما يلي:  
هذا النشاط D فقط مسبقاً بالنشاط B كما هو مطلوب.



يقرئ النشاط A لاحظ يظهر النشاط مع حدث النهاية  $\xrightarrow{A} \bigcirc$

يقرئ النشاط (1-2) لاحظ يظهر النشاط مع حدث البداية وحدث النهاية  $\bigcirc 1 \xrightarrow{A} \bigcirc 2$

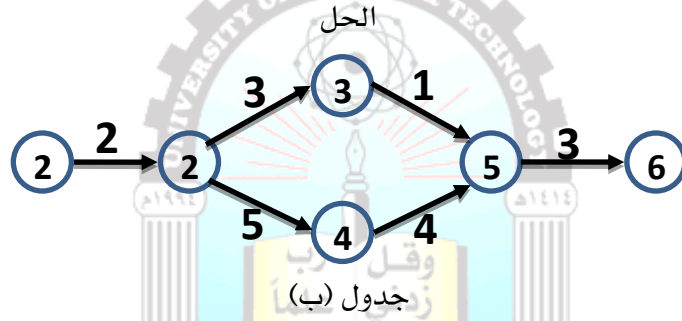
لاحظ يظهر النشاط مع حدث البداية والنهاية

مثال:

إرسم الشبكة المكونة من الأنشطة التالية:

جدول (أ)

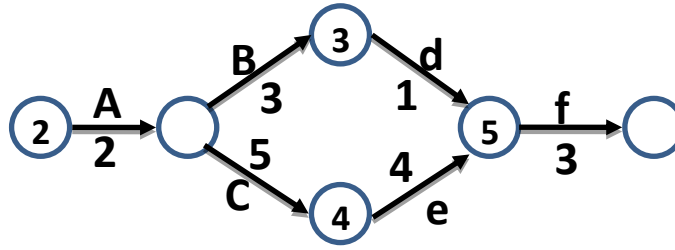
النشاط	مدة النشاط
2	1-2
3	2-3
5	2-4
1	3-5
4	4-5
3	5-6



النشاط	النشاط السابق	مدة النشاط
2	---	A
3	A	B
5	A	C
1	B	d
4	C	e
3	d,e	f

الحل





لاحظ عم وجدود فرق في تخطيط الشبكة بين أ و ب وعليه قد نعرض الأنشطة بالشكل أ أو ب

- رسم الشبكات يظهر مايلي:

- الأسهم التي تمثل الأنشطة المختلفة للمشروع.

- رموز (أحرف) أعلى أو أسفل كل سهم تمثل اسم النشاط.

- دوائر مرقمة تمثل الحدث ورقمه التسلسلي.

- المسار الحرج هو أطول وقت في الشبكة من بدايتها إلى نهايتها وقد يوجد أكثر من مسار حرج.

- الجدولة الزمنية للمشروع تظهر مايلي:

1 - الأزمنة اللازمة لتنفيذ كل نشاط على حده وتظهر على رسم الشبكة أسفل أو أعلى كل سهم ويرمز لها بالرمز  $D_{ij}$  حيث  $i$  حدث بداية النشاط، و  $j$  حدث نهاية النشاط.

2 - زمن البدئ المبكر: وهو أفضل وأبكر وقت يمكن أن يبدأ به النشاط ويرمز له بالرمز  $ES_j$  ويحسب من العلاقة التالية:

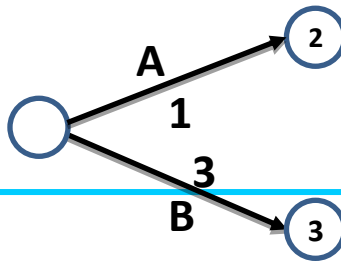
$$ES_j = \text{Max}[ES_i + D_{ij}]$$

ويكتب هذا الرمز بعد حسابه داخل مربع أو مستطيل ويوضع بجوار كل حدث بداية نشاط.  $ES_1$  يعني زمن البدء المبكر عند الحدث (1) لنشاط معين أو لأكثر من نشاط (النشاط أو الأنشطة التي بدأ فيها المشروع) وعليه فإنه /إنها تبدأ بالرمز صفر.

أو نقول زمن البدء المبكر للنشاط الأول الذي لم يسبقه نشاط آخر هو صفر، أو هو أقرب زمن يظهر خلاله الحدث 1 (الزمن الأقرب للحدث 1) ويظهر الحدث 1 فور إنجاز النشاط أو الأنشطة السابقة له.

A, B في هذا الشكل:

الحدث 1 هو فور إنجاز



- زمن البدء المبكر للأنشطة

إذاً أقرب زمن يظهر خلاله

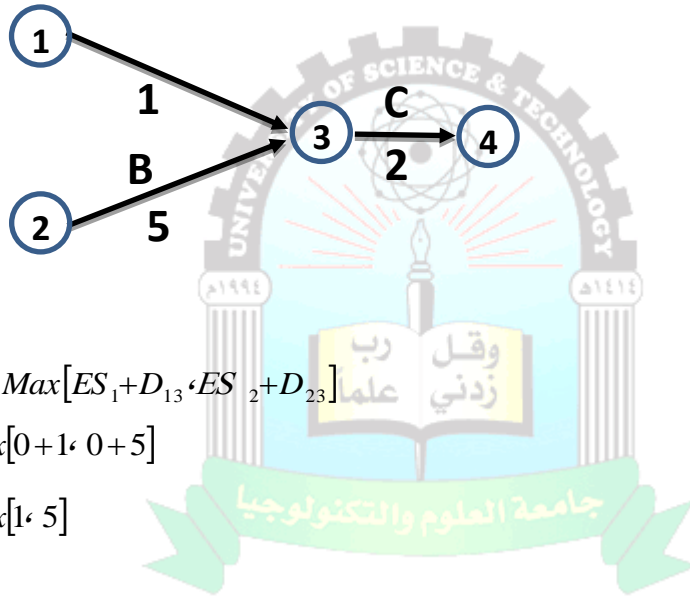
الأنشطة السابقة له (لا توجد أنشطة سابقة له)

$$ES_1=0 \text{ إذا}$$

- زمن البدء المبكر في الشكل:

بما أن أقرب زمن يظهر خلال الحدث 3 هو فور إنجاز الأنشطة السابقة له أي فور إنجاز

النشاطين A, B



$$\begin{aligned} \Rightarrow ES_3 &= \text{Max}[ES_1 + D_{13}, ES_2 + D_{23}] \\ &= \text{Max}[0 + 1, 0 + 5] \\ &= \text{Max}[1, 5] \end{aligned}$$

3 - زمن الإنتهاء المتأخر: هو آخر وقت يمكن أن ينهى به النشاط ويرمز له بالرمز LC وهو آخر وقت لإنهاء كل الأنشطة التي تنتهي عند الحدث  $j$  ويحسب من العلاقة:

$$LC_i = \text{Min}(LC_j - D_{ij})$$

ويكتب هذا الزمن بعد حسابه داخل مثلث ويوضع فوق مربع زمن البدء المبكر. ونبدء بحسابه من آخر حدث في الشبكة.

4 - زمن الإبتداء المتأخر: هو آخر وقت يمكن أن يبدأ فيه النشاط دون تأخير في تنفيذ المشروع ككل ويرمز له بالرمز «LS» ويعطى بالعلاقة التالية:

$$LS_{ij} = LS_j - D_{ij}$$

5 - زمن الإنتهاء المبكر: هو أكثر الأوقات بكوراً يمكن أن ينتهي فيه النشاط ويرمز له بالرمز EC ويعطى بالعلاقة التالية:

$$EC_{ij} = ES_j + D_{ij}$$

6 - الوقت الفائض الكلي: هو الفارق بين أكبر وقت متاح لتنفيذ النشاط ومدته ويرمز له بالرمز «TF» ويعطى بالعلاقة التالي:

$$TF_{ij} = LC_i - ES_j - D_{ij}$$

7 - الوقت الفائض الحر: هو الفائض في الوقت المتاح لتنفيذ النشاط (ES<sub>i</sub>-ES<sub>j</sub>) عن مدته D<sub>ij</sub> ويرمز له بالرمز Ff<sub>ij</sub> ويعطى بالعلاقة التالية:

$$FF_{ij} = ES_i - ES_j - D_{ij}$$

- جميع الأزمنة السابقة يتم تلخيصها بجدول زمني للأنشطة المكونه للمشروع.

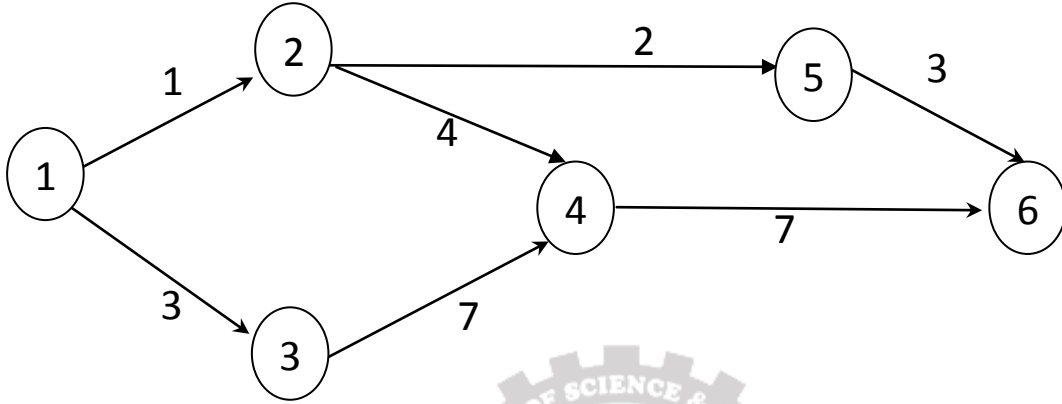
- في الجدول الزمني يكون المسار الحرج مؤشر لانشطته بالعلامة ❖ وهي الأنشطة المقابلة للقيم (0,0) في العمودين الأخيرين. عمود Ff<sub>ij</sub> ، Tf<sub>ij</sub> ](0، 0)

أي عندما يكون الوقت الفائض الكلي والحر للأنشطة = صفر

أما يأتي الأنشطة ستكون غير حرجة ، أي يمكننا التأخير في البدء بها في حدود الفائض من الوقت المتاح بحيث لا يتأخر المشروع ككل.

مثال:

المخطط الآتي يمثل مشروعاً معيناً ومدة الأنشطة بالأسابيع كما يأتي:



والمطلوب

1- إيجاد التاريخ المتوقع المبكر لإنجاز المشروع وكذلك التاريخ المبكر لكل حدث في

الشبكة في أعلاه.

2- إيجاد التاريخ المتوقع المبكر (زمن البدء).

3- آخر تاريخ مسموح به (زمن البدء المتأخر).

4- المرونة أو الوقت الاحتياطي.

الحل:

1- المسار الحرج هو المسار (1-3)-(3-4)-(4-6)

$$= 3 + 7 + 7 = 17$$

$$ES_i = \max[ES_j + D_{ij}] \Rightarrow ES_1 = 0$$

$$ES_2$$

$$ES_2 = ES_1 + D_{12} = 0 + 1 = 1 \text{ \& } ES_3 = ES_1 + D_{13} = 0 + 3 = 3$$

$$ES_4 = \max[ES_2 + D_{24}, ES_3 + D_{34}] = \max[1 + 4, 3 + 7]$$

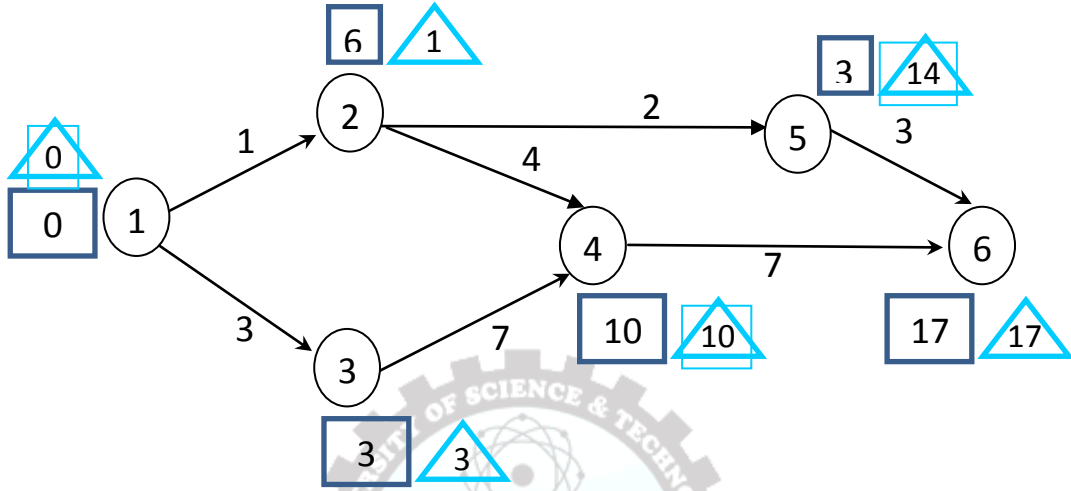
$$= \max(5, 10) = 10$$

$$ES_5 = ES_2 + D_{25} = 1 + 2 = 3 \text{ \& } ES_6 = \max[ES_4 + D_{46}, ES_5 + D_{56}]$$

$$= \max[6, 17] = 17$$

$$\Rightarrow ES_1 = 0, ES_2 = 1, ES_3 = 3, ES_4 = 10, ES_5 = 3, ES_6 = 17$$

وكما قلنا سابقاً توضع هذه الأزمنة بعد حسابها في مربعات أو مستطيلات حول كل حدث وتظهر في الشبكة كما يلي:



3- نوجد أولاً: زمن الانتهاء المتأخر LC

$$\Rightarrow LC_6 = 17 = ES_6 \text{ \& } LC_5 = 14 \text{ \& } LC_4 = 10 \text{ \& } LC_3 = 3$$

$$LC_2 = \text{Min}(LC_5 - D_{25}, LC_4 - D_{24})$$

$$= \text{Min}(14 - 2, 10 - 4) = \text{Min}(12, 6) = 6$$

$$LC_1 = \text{Min}(LC_2 - D_{12}, LC_3 - D_{13})$$

$$= \text{Min}(6 - 1, 3 - 3) = \text{Min}(5, 0) = 0$$

$$\Rightarrow LC_6 = 17, LC_5 = 14, LC_4 = 10, LC_3 = 3, LC_2 = 6, LC_1 = 0$$

وكما ذكرنا سابقاً توضح هذه الأزمنة في شكل مثلث في أحد جوانبها كل حدث وتظهر في الشبكة كما في الشكل السابق.

- الشبكة السابقة يوضع عليها ثلاث أزمنة هي:

1- زمن إنجاز كل نشاط.



2- زمن البدء المبكر.



3- زمن الإنتهاء المتأخر.

تابع في هذا المثال إيجاد زمن البدء المتأخر LS

حيث:

$$LS_{ij} = LC_i - D_{ij}$$

$$LS_{12} = LC_2 - D_{12} = 6 - 1 = 5 \text{ \& } LS_{13} = LC_3 - D_{13} = 3 - 3 = 0$$

$$LS_{24} = 6 \text{ \& } LS_{34} = 3 \text{ \& } LS_{25} = 12 \text{ \& } LS_{46} = 10 \text{ \& } LS_{56} = 14$$

- زمن الإنتهاء المبكر EC

$$\Rightarrow EC_{ij} = ES_i + D_{ij}$$

$$\Rightarrow EC_{12} = 0 + 1 = 1 \text{ \& } EC_{13} = 0 + 3 = 3 \text{ \& } EC_{24} = 1 + 4 = 5 \text{ \& }$$

$$EC_{34} = 3 + 7 = 10 \text{ \& } EC_{25} = 1 + 2 = 3 \text{ \& } EC_{46} = 10 + 7 = 17 \text{ \& } EC_{56} = 6$$

- الوقت الفائض الكلي (TF)، الوقت الفائض الحر (FF) يتم إيجادهما من العلاقتين

التاليتين:

$$TF_{ij} = LC_i - ES_i - D_{ij} \text{ \& } FF_{ij} = ES_i - D_{ij}$$

ونتائجهما كما هو ظاهرة في الجدول الزمني التالي:

ES <sub>i</sub>	ES <sub>i</sub>	EC <sub>ij</sub>	LC <sub>i</sub>	LS <sub>ij</sub>	TF <sub>ij</sub>	FF <sub>ij</sub>
0	0	1	6	5	6-0-1=5	0
0	0	3	3	0	3-0-3=0	0
1	1	5	10	6	10-1-4=5	5
1	1	3	14	12	11	0
3	3	10	10	3	0	0
10	10	17	17	10	0	0
3	3	6	17	14	11	11

نلاحظ من الجدول أن الأنشطة (1-3)، (3-4)، (4-6) تقع على المسار الحرج وذلك بسبب أن الوقت الفائض الأجمالي والقت الفائض الحر لتلك الأنشطة تساوي صفر، الأمر الذي جعلها حرجة وباقي الأنشطة غير حرجة.

### طريقة تعليم ومراجعة المشروعات بيرت (PERT)

- أ - الوقت المتفائل: هو الوقت الذي يجب أن ينفذ فيه النشاط تحت ظروف جيدة (o)  
 ب - الوقت المتشائم: هو الوقت الذي يجب أن ينفذ فيه النشاط تحت ظروف سيئة (p)  
 ج - الوقت الشائع أو الأكثر حدوثاً: هو الوقت الذي يجب أن ينفذ فيه النشاط تحت ظروف معتادة أو طبيعية (m) فإذا علمت كل من o, p, m فإن متوسط مدة النشاط يتم تحديده باستخدام المعادلة.
- الوقت المتوقع لكل نشاط = الوقت المتفائل + 4 (الوقت الأكثر احتمالاً) + الوقت المتشائم

6

M4+p+o

= متوسط مدة أو وقت النشاط

افترض أن الفرق بين p, o يحتوي على 48% من مجموع الاحتمالات ويعبر عن ذلك إحصائياً في قياس هذا الفرق بالانحراف المعياري. **العلوم والتكنولوجيا**

$$\frac{p-o}{6} = \text{حيث أن الانحراف المعياري}$$

- أوقات النشاط في هذا الأسلوب أو الطريقة هو متغير عشوائي ولكل نشاط ثلاثة أنواع من الأوقات هي:

- 1 - والوقت المتفائل (o)
- 2 - والوقت المتشائم (p)
- 3 - والوقت المناسب (m)

مثال:

إذا كان الوتب المتفائل للنشاط هو أسبوعين وكان الوقت المتشائم له هو عشرة أسابيع وكان الوقت الأكثر احتمالاً أو المعتاد لهذا النشاط (الأكثر حدوثاً) هو خمسة أسابيع. ما هو الوقت المتوقع لهذا النشاط (متوسط النشاط)؟

الحل:

$$\text{المتوسط} = \frac{M+4p+O}{6} = \frac{5+4(10)+32}{6} = \frac{32}{6} = 5.3 \text{ أسبوع}$$

$$\text{ويكون الانحراف المعياري} = \frac{O-p}{6} = \frac{10-2}{6} = \frac{8}{6} = 1.3 \text{ أسبوع}$$

مثال:

توافر لديك البيانات الآتية من إحدى المراحل الخاصة ببناء مصنع جديد:

المرحلة	المرحلة السابقة	الأزمنة المتوقعة بالشهور		
		الزمن المتفائل	الزمن المتشائم	الزمن الأكثر احتمالاً
أ	-	3	7	2
ب	أ	2	8	5
ج	أ	4	10	7
د	ب، ج	4	8	6
هـ	ب	5	7	3
و	د، هـ	1	11	9

المطلوب:

- رسم شبكة بيرت وحساب زمن المسار الحرج وتحديد المراحل الواقعة عليه.
- يفرض أن الإدارة تتوقع الانتهاء من بناء المصنع في زمن قدره 25 شهراً، ما هو الاحتمال الخاص بالمشروع في هذا الزمن؟



ج. يفرض أن الإدارة تتوقع الانتهاء من بناء المصنع في زمن قدره 26 شهراً ماهو الانتهاء من بناء

p-o

المصنع في هذا الزمن؟

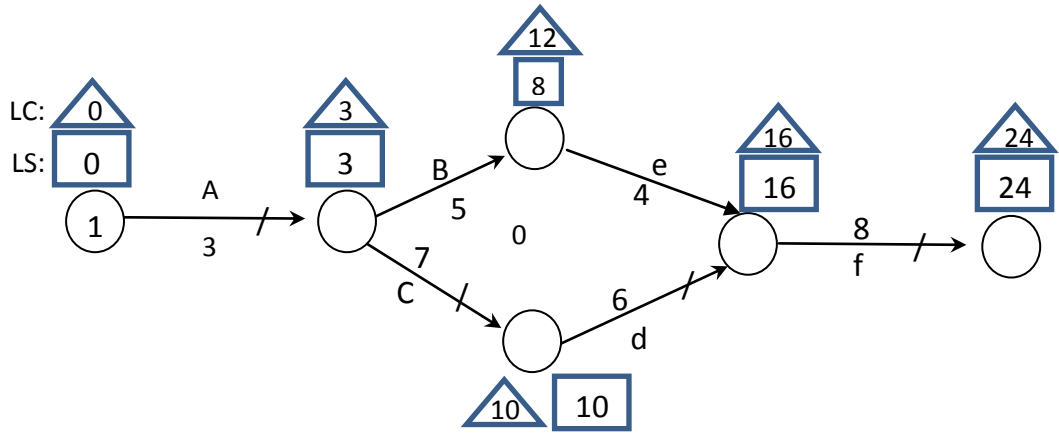
6

الحل:

النشاط	النشاط السابق	الوقت المتفائل	الوقت الأكثر احتمالاً	الوقت الأكثر احتمالاً		
*A	-----	3	7	2	$\frac{18}{6} = 3$	$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
B	A	2	8	5	$\frac{30}{6} = 5$	$\frac{6}{6} = 1$
*C	A	4	10	7	$\frac{42}{6} = 7$	$\frac{6}{6} = 1$
*d	B,C	4	8	6	$\frac{36}{6} = 6$	
E	B	5	7	3	$\frac{24}{6} = 4$	$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
*f	D,e	1	11	9	$\frac{48}{6} = 8$	

\* تعني أنشطة المسار الحرج.

- من الجدول السابق نستخدم الوقت المتوسط للأنشطة بالعمود (6) في الجدول تحدد الأزمنة ES,LS لكل نشاط ونحدد المسار الحرج بالإشارة (//) وهذا كله موضح رسم الشبكة التالية:



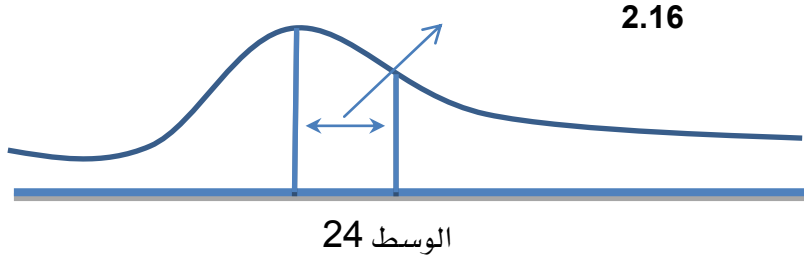
- المسار الحرج موضح على الرسم بالإشارة «//»
- متوسط أوقات المسار الحرج هو 24 لأن هذه الأوقات هي متغير عشوائي أيضاً وهي متوسط المدة المتوقعة لإنهاء المشروع ككل.
- ويكون الانحراف المعياري لهذه المدة المتوقعة لإنهاء المشروع هو:

مجموع مربعات إنحرافات الأنشطة الواقعة على المسار الحرج

$$= \sqrt{(A \text{ انحراف})^2 + (C \text{ انحراف})^2 + (D \text{ انحراف})^2 + (F \text{ انحراف})^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + (1)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{33}{9}} = \sqrt{\frac{42}{9}} = 2.16$$

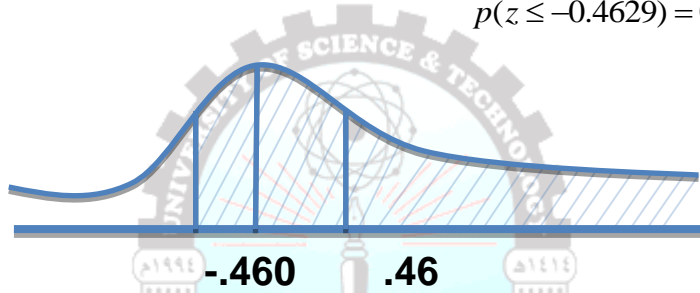
- وعليه يكون التوزيع الطبيعي لوقت المسار الحرج يأخذ الشكل التالي:



مدة تنفيذ المشروع

$$-0.4629 = \frac{24 - 25}{2.16} \quad \text{إحتمال إنهاء وبقاء المصنع في زمن قدرة 25 شهر هو}$$

$$p(z \leq -0.4629) = 0.3228 = 32\%$$



إذاً إحتمال إنهاء بناء المصنع في زمن قدرة 26 شهر  
من الشكل السابق نرى أنه يتطلب منا الأمر إيجاد عدد الانحرافات المعيارية للعدد 26 شهر  
عن يمين المتوسط كما يلي:

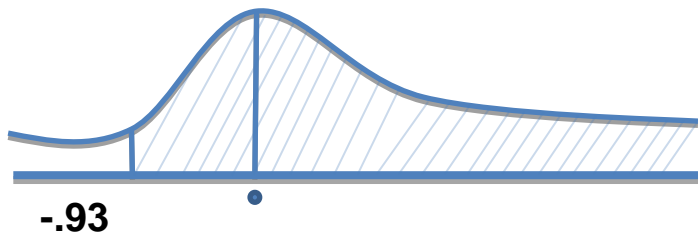
$$\Rightarrow \frac{24 - 26}{2.16} = -0.9259$$

بالكشف في الجدول نجد أن 2.16

$$p(z \leq -0.9259) = 0.0154$$

أي باحتمال (2%)

حيث Z الدرجة المعيارية



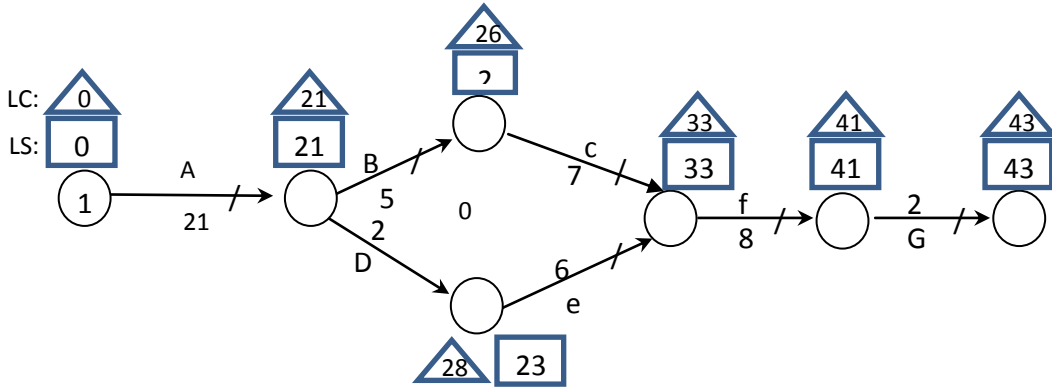
إذا كانت البيانات الموجودة في الجدول الآتي: تمثل الأنشطة المحتملة لإنجاز مشروع إنشاء صالة رياضية والمدة بالأسابيع:

الأنشطة	السابقة	متفائل	أكثر احتمالاً	التشاؤم	$\frac{M4+p+o}{6}$	$\frac{p-o}{6}$
<b>*A</b>	-----	10	22	28	$\frac{126}{6} = 21$	$\frac{18}{6} = 3$
<b>*B</b>	A	4	4	10	$\frac{30}{6} = 5$	$\frac{6}{6} = 1$
<b>*C</b>	B	4	6	14	$\frac{42}{6} = 7$	$\frac{10}{6} = 1.7$
<b>D</b>	A	1	2	3	$\frac{12}{6} = 2$	$\frac{2}{6} = .3$
<b>E</b>	D	1	5	9	$\frac{30}{6} = 5$	$\frac{8}{6} = 1.3$
<b>*F</b>	C,d	7	8	9	$\frac{48}{6} = 8$	$\frac{1}{6} = .17$
<b>*G</b>	F	2	2	2		

$$\frac{12}{6} = 2 \quad \frac{0}{6} = 0$$

\* تشير في الجدول إلى أنشطة المسار الحرج

- باستخدام الوقت المتوسط للأنشطة في العمود (6) في الجدول السابق نحدد الأزمنة ES,LC لكل نشاط ونحدد المسار الحرج بالإشارة «//» هذا كله موضح على الشبكة التالية:

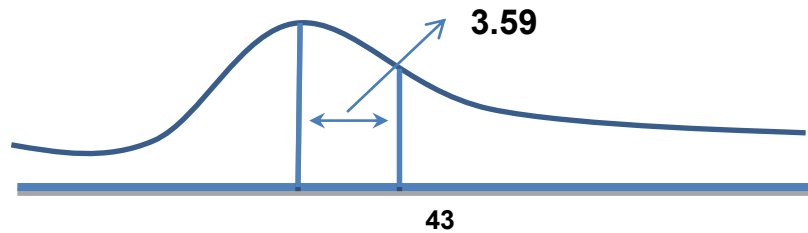


- المسار الحرج موضح بالإشارة «//»
- متوسط أوقات المسار الحرج هو: 43 وهو متوسط المدة المتوقع لإنهاء المشروع ككل.
- الانحراف المعياري لهذه المدة هو:

$$= \sqrt{(الانحراف\ B)^2 + (الانحراف\ C)^2 + (الانحراف\ f)^2 + (الانحراف\ f)^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 1^2 + (1.7)^2 + (.17)^2 + (0)^2} = \sqrt{12.9189}$$

ويكون التوزيع الطبيعي لوقت المسار الحرج هو الشكل التالي:

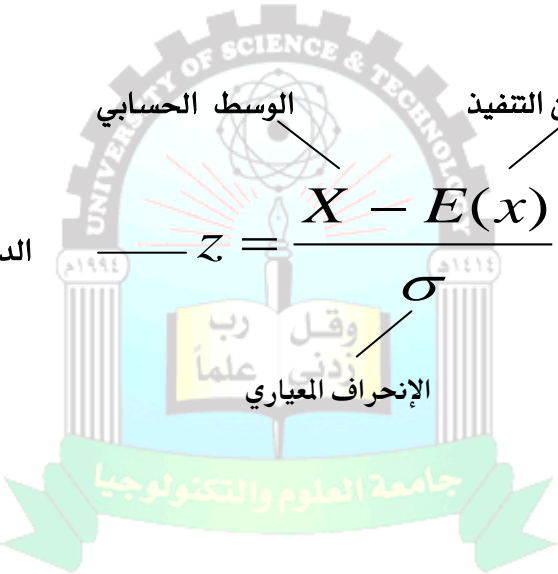


- احتمال تنفيذ المشروع خلال (40) أسبوع.

- احتمال تنفيذ المشروع خلال (45) أسبوع.
- احتمال تنفيذ المشروع بين (40،45) أسبوع.

- من أجل إيجاد الإحتمالات السابقة كما في المثال السابق نوجد قيم Z (الدرجة المعيارية) التي تعطى بالعلاقة التالية:

$$\Rightarrow z = \frac{43 - 40}{3.59} = .84$$



الدرجة المعيارية

الوسط الحسابي

توقع زمن التنفيذ

الانحراف المعياري

$$z = \frac{X - E(x)}{\sigma} = .84$$

جامعة العلوم والتكنولوجيا

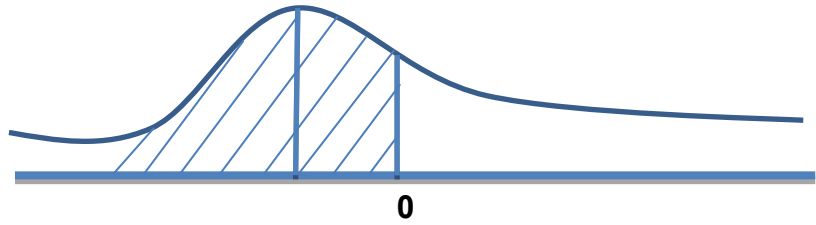
الأنشطة	السابقة	متفائل	أكثر احتمالاً	التشاؤم	$\frac{M4+p+o}{6}$	$\frac{p-o}{6}$
<b>*A</b>	-----	<b>10</b>	<b>22</b>	<b>28</b>	$\frac{126}{6} = 21$	$\frac{18}{6} = 3$
<b>*B</b>	<b>A</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>10</b>	$\frac{30}{6} = 5$	$\frac{6}{6} = 1$
<b>*C</b>	<b>B</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>14</b>	$\frac{42}{6} = 7$	$\frac{10}{6} = 1.7$
<b>D</b>	<b>A</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	$\frac{12}{6} = 2$	$\frac{2}{6} = .3$
<b>E</b>	<b>D</b>	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>9</b>	$\frac{30}{6} = 5$	$\frac{8}{6} = 1.3$
<b>*F</b>	<b>C,d</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	$\frac{48}{6} = 8$	$\frac{1}{6} = .17$
<b>*G</b>	<b>F</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		

من الجدول

$$\Rightarrow p(x \leq 40) = p(z \leq .84)$$

نجد أن هذا الإحتمال يساوي 0.7995

أي تقريباً يساوي 80%



- بالنسبة للإحتمال الثاني

$$z = \frac{43 - 45}{3.59} = -.56$$

$$\Rightarrow p(x \leq 45) = p(z \leq -.56)$$

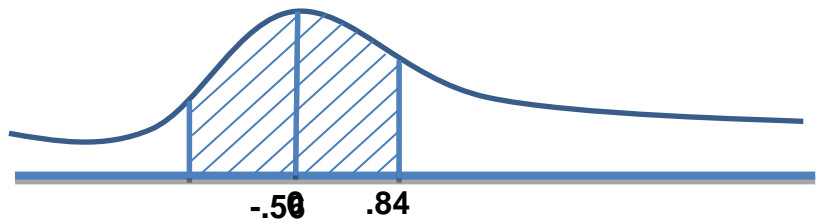


- بالنسبة للإحتمال الثالث

$$= p(z \leq .84) - p(z \leq -.56)$$

$$= p(z \leq .84) - p(z \leq -.56)$$

$$= .80 - .29 = .51 = 51\%$$



- ملاحظة: بالنسبة لباقي الأزمنة يمكن للطلاب إيجادها كما عملنا سابقاً.



## 2. طريقة المسار الحرج Critical Path؛

### عزيزي الدارس،

هناك وظائف أساسية للإدارة هي: التخطيط والتنظيم والتوجيه والرقابة، ويجب أن تتلاءم هذه الوظائف مع طبيعة العمليات وتتناسب مع مجال التطبيق حسب ظروف المنشآت التي تؤدي فيها هذه الأعمال والمشاريع، ففي المشاريع التي تحتاج إلى التنسيق مع جهات متعارضة أو مختلفة أو غير موجودة في مكان واحد يصعب التنسيق فيها، لذا نحتاج إلى وسيلة إضافية تظهر شكل إنجاز العمل على وفق مراحل متعددة، منها طريقة نظرية شبكات الأعمال والمسار الحرج كما هو الآن في مشاريع المقاولات، والمشاريع المتشابكة، وتحتاج إلى خطة عمل، فطريقة المسار الحرج هي طريقة يستفاد منها في التخطيط والرقابة على تنفيذ المشروعات التي يتوافر عنها معلومات غير مستوى التكاليف ومدة العمليات المراد إنجازها، حيث يسعى الإداريون إلى أدائها في أقصر وقت وبأقل تكلفة مالية ممكنة، وتخفيض عنصر أدائها.

وقد استخدم أسلوب مخطط جانث (Gant Chart) كأسلوب رقابي وتخطيطي على إنتاج وتنفيذ المشروعات، ويستخدم في وصف وتحديد العمل المراد إنجازه، ويعمل على توضيح العلاقة التي ترتبط بين مراحل إنجاز العمل، حيث المخطط لا يوضح العلاقة بين العمليات والأنشطة المتضمنة في مراحل العمل بشكل متتالي أو متواز، ولا تظهر نوع وحجم الأنشطة التي تحتاج إلى متابعة أو إشراف وإلى إعادة وتوزيع الموارد.

### أهم أساسيات طريقة المسار الحرج

#### أولاً: الحدث: (Event)

هو إنجاز معين يحدث في نقطة معينة من الوقت، ولا يحتاج إلى الوقت أو موارد بحد ذاته، ويمثل دائرة.

#### ثانياً: النشاط: (Activity)

هو جزء معروف من المشروع، ويمثل مستوى عمل، ويحتاج إلى وقت وموارد لأدائه، ويمثل سهماً.

فكل حدثين يربطان بنشاط، كل حدث يمثل نقطة معينة من الوقت، والحدث لا يمثل وقتاً وإنما يؤثر في بداية ونهاية الوقت المطلوب لإنجاز النشاط، فكل حدثين يوجدان نشاطاً فقط.

### أسئلة التقويم الذاتي:

؟

ارسم مخطط أسهم للمشروع المكون من الأنشطة الآتية:

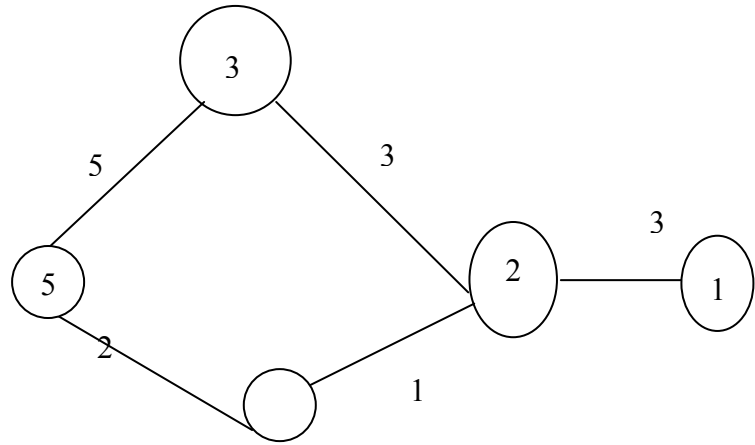
النشاط	النشاط السابق
أ	أ
ب	أ
د	أ
هـ	ب
ز	د
ج	هـ ، ز

مثال:

يوجد مشروع مكون من خمسة أحداث وخمسة أنشطة كالآتي:

مسلسل	الأنشطة	مدة الأنشطة بالشهور
1	2-1	3
2	3-2	3
3	4-2	1
4	5-3	5
5	5-4	4

والمطلوب رسم هذا المشروع بطريقة المسار الحرج:



من هذا الرسم يمكن استنتاج أن الحدث رقم (2) هو نهاية نشاط وبداية نشاطين، والحدث رقم (5) هو نهاية نشاطين، والوقت الضروري لإنجاز المشروع كله هو الوقت المحسوب في أطول مسار من البداية إلى النهاية وهو:

$11 = 5 + 3 + 3$  وحدة زمنية، ويمثل هذا المسار أطول مسار، لذا يسمى المسار الحرج لإنجاز المشروع، ويلاحظ أنه لا يمكن أن نبدأ في نشاط دون الانتهاء من النشاط الذي يسبقه.

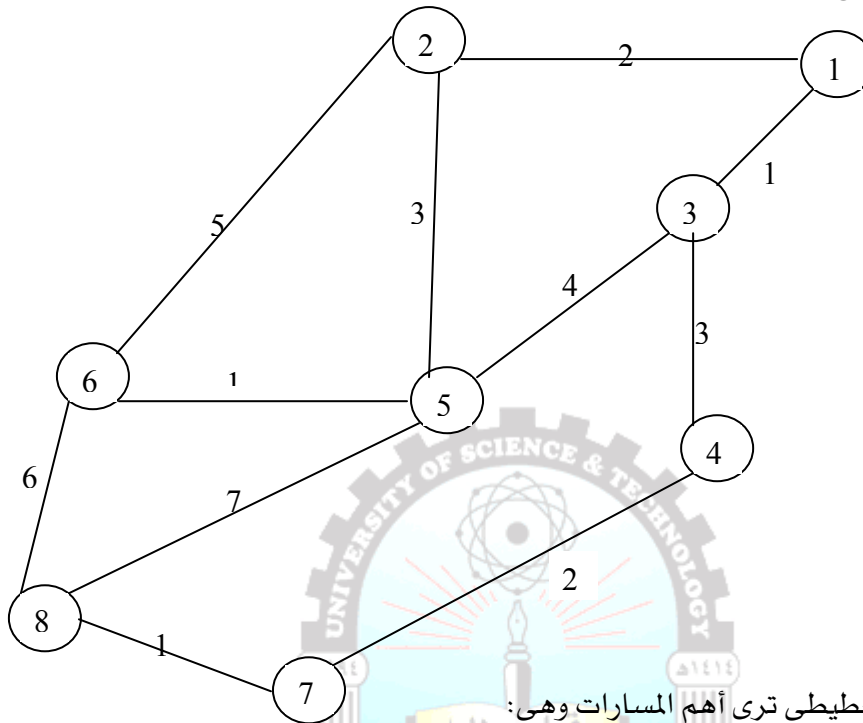
**مثال:** هاك بعض تفاصيل الأحداث والأنشطة لمشروع ما مدرجة حسب الجدول الآتي:

الأنشطة	الأنشطة (وحدات زمن)	حدث البداية	حدث النهاية
2-1	2	1	2
3-1	1	1	3
5-2	3	2	5
6-2	5	2	6
5-3	4	3	5
6-5	1	5	6
4-3	3	3	4
7-4	2	4	7
8-5	7	5	8
8-6	6	6	8
8-7	1	7	8



والمطلوب رسم هذا المشروع بطرية المسار الحرج وإيجاد الوقت اللازم لإنجاز المشروع مع

تغيير المسار الحرج.



ومن الرسم التخطيطي ترى أهم المسارات وهي:

13	=	8	-	6	-	2	-	1
12	=	8-6	-	5	-	2	-	1
12	=	8	-	5	-	2	-	1
12	=	8-6	-	5	-	3	-	1
12	=		-	8-5	-	3	-	1
07	=	8-7	-	4	-	3	-	1

إذن أطول مسار هو  $13=8-6-2-1$  يوماً

## تدريب (1)

من خلال دراستك لكل من أسلوب المسار الحرج CPM وأسلوب تقييم ومتابعة المشروعات PERT المطلوب: ناقش خلافات وحدود استخدام هذه الأساليب.



## أسئلة التقويم الذاتي:

1. فرّق بين كل من المشروع، والشبكة، والنشاط، والحدث.
2. ارسم شبكة الأعمال التي تمثل الأنشطة الآتية:
  - الأنشطة ج ، د تتبع أ
  - الأنشطة و تتبع د
  - الأنشطة هـ ، ف يسبقان النشاط ب
3. ارسم شبكة الأعمال التي تمثل الأنشطة التالية الخاصة بعمل صيانة لازمة لأحد الموتورات في مصنع:
  - فك الموتور.
  - تنظيف وتلميع الهيكل الخارجي.
  - فك الجزء الدوار الداخلي.
  - وضع رولمان بلي بدلاً من الرولمان البلي المكسور.
  - إعادة تجميع وتركيب الموتور.



### ثالثاً: الأنشطة عديمة الزمن: Use Less Time Activities:

قد يبدو أن الأنشطة لا تمثل الزمن ولكن هذا ليس صحيحاً.

مثال:

هناك مشروع لبناء مسجد تظهر خطوات إنجازه حسب الخطوات الآتية:

أ- تنظيف وتحضير أرض الموقع.

ب- تخطيط خريطة الموقع للمسجد على الطبيعة.

ج- بناء الجدران الخارجية إلى مستوى السقف.

د- إنشاء الأعمدة الداخلية إلى مستوى السقف.

هـ- بناء السقف.



وتظهر الأنشطة كما يأتي:

الأنشطة	وصف النشاط	مدة النشاط بالأيام
2-1	تحضير الموقع	2
3-2	تخطيط الخريطة	1
3-4	إنشاء الأعمدة الداخلية	8
5-3	بناء الجدران الخارجية	11
6-5	بناء السقف	13

ويمكن رسمه على النحو الآتي:



يلاحظ أنه لا يمكن بناء السقف قبل أن يتم بناء الحيطان الخارجية، ولا يمكن بناء الحيطان الخارجية قبل الانتهاء من الأعمدة الداخلية، لذا لا يمكن إنهاء النشاط (6-5) إلا بعد الانتهاء التسلسلي للبناء، لذا لا بد من ربط الحدث رقم (4) بالحدث رقم (5)، ويلاحظ أن النشاط (5-4) لا يأخذ وقتاً أبداً، لذا يعتمد على انتهاء الأنشطة التي تسبق ذلك، لذا يظهر مفهوم النشاط عديم الزمن وأهمية وجودها في المخططات الشبكية.

### أسئلة التقويم الذاتي:

فيما يأتي الأنشطة الخاصة بأحد المشروعات والزمن الخاص بكل نشاط كما يوضح ذلك الجدول الآتي:

النشاط	النشاط السابق	الساعة
أ	-	6
ب	-	5
ج	ب	2
د	ج	2
هـ	أ ، د	2
و	د	1
ز	أ ، د	6
ح	هـ	5
ط	ز ، ح	6
ي	ط	6
ك	ز	5
ل	ي ، ك	6
م	ل	2

ملاحظة: الساعات زائدة عن الأنشطة

المطلوب:

1. رسم شبكة الأعمال.
2. حدود الأزمنة المختلفة على الشبكة.
3. حدود المسار الحرج بطريقة الوقت الفائض.
4. حدود الفائض الحر للأنشطة التي يظهر لها وقت فائض.

?



#### رابعاً: التاريخ المتوقع المبكر: (Earliest Expected Date)

يرمز لهذا التاريخ المتوقع المبكر (T.E)، ويطلق عليه (Time Expected)، ويتعلق بالوقت المطلوب لإنجاز عمل معين، ويمكن توضيحه بالشكل السابق كما في المخطط في أعلاه، وهو مشروع محدد يتألف من مسارين هما:

مسار 1-2-4 = 4 أسابيع

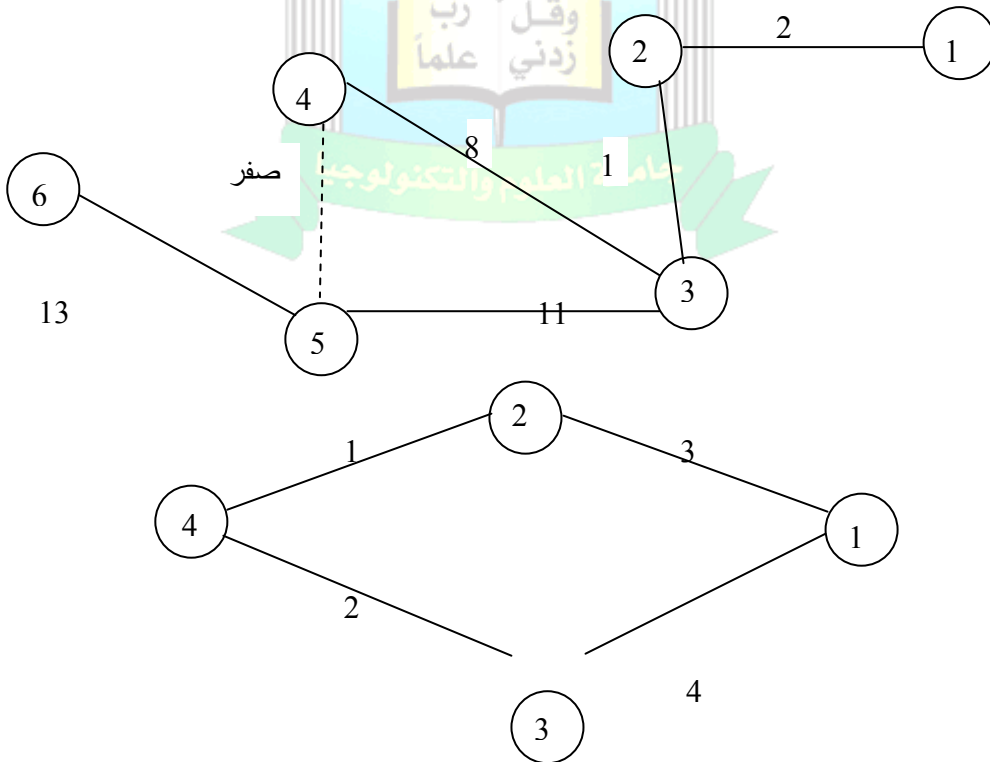
ومسار 1-3-4 = 6 أسابيع

فالوقت اللازم لإنجاز المسار =  $1-2-4 = -4-2-1 = (1+3)$  أسبوع

والوقت اللازم لإنجاز المسار =  $1-3-4 = -4-3-1 = 2+4 = 6$  أسابيع

فالوقت المبكر لإنجاز هذه المهمة (6) أسابيع بالرغم من أنها تتجزأ بطريقة (4) أسابيع ولكن عند الانتهاء من ذلك المسار يكون المسار الثالث من (3-4) لم ينته بعد، لذا وجب التنويه لذلك.

والوقت المتوقع المبكر يتم احتساب أطول مسار من حدث بداية المشروع إلى الحدث المقصود، وهذا الأخير يمكن أن يكون الحدث النهائي أو أي حدث آخر لم ينته مع الحدث الأخير نفسه، ويمكن تمثيله بالرسم الآتي:



## أسئلة التقويم الذاتي:

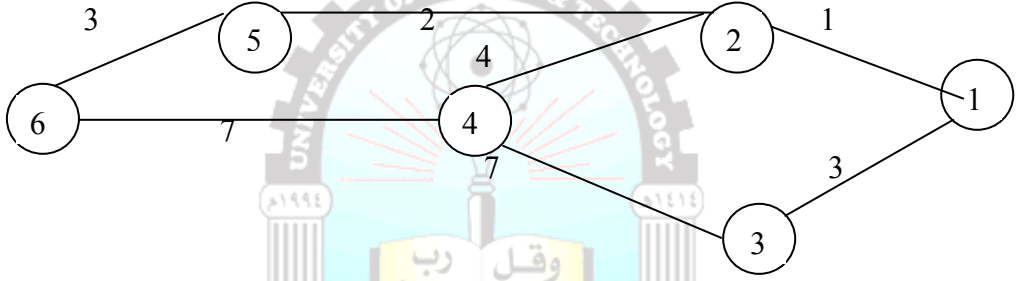
?

ما المقصود بكل من:

- أ- الوقت المبكر للابتداء.
- ب- الوقت المتأخر للنشاط.
- ج- المسار الحرج.

مثال:

المخطط الآتي يمثل مشروعاً معيناً ومدة الأنشطة بالأسابيع كما يأتي:



والمطلوب إيجاد التاريخ المتوقع المبكر لإنجاز المشروع وكذلك التاريخ المبكر لكل حدث في الشبكة في أعلاه.

الحل:

تدرج المسارات الموجودة والمدة التي يستغرقها كل مسار :

المسار 1-2-5-6 = 6 أسابيع

المسار 1-2-4-6 = 12 أسبوعاً

المسار 1-2-4-3 = 17 إسبوعاً

بعد التاريخ المتوقع المبكر لإنجاز الحدث النهائي رقم (6) بعد (17) أسبوعاً، أي:

بعد مسار أطول من حدث بداية المشروع إلى الحدث رقم (6) أي: بعبارة أخرى هو المسار الحرج.

ولحساب مدة انتهاء المشروع فالحدث رقم (2) = 1 أسبوع وحدث رقم (5) = 2+1 = 3 أسابيع.

حدث رقم (3) = 4 أسابيع

حدث رقم (4) = 7-4 = 11 أسبوعاً

ملاحظة مهمة:

للوصول إلى العدد رقم (4) هناك مساران هما: 1-2-4 و 1-3-4 والذي مدته (11) أسبوعاً.

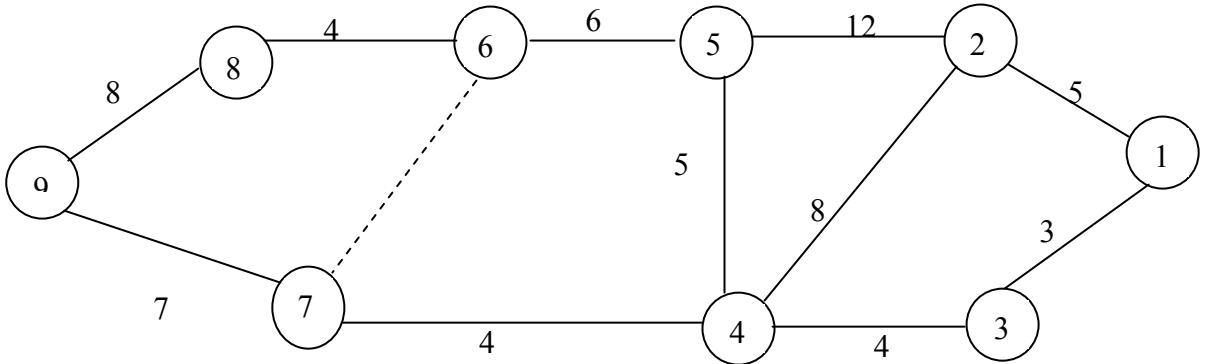
### أسئلة التقويم الذاتي:

1. فرق بين أسلوب بيرت وأسلوب المسار الحرج.
2. ما التقديرات الثلاثة التي يحتاج إليها أسلوب بيرت عند تقدير الوقت اللازم لأي نشاط؟
3. كيف تحسب الوقت المتوقع للنشاط؟

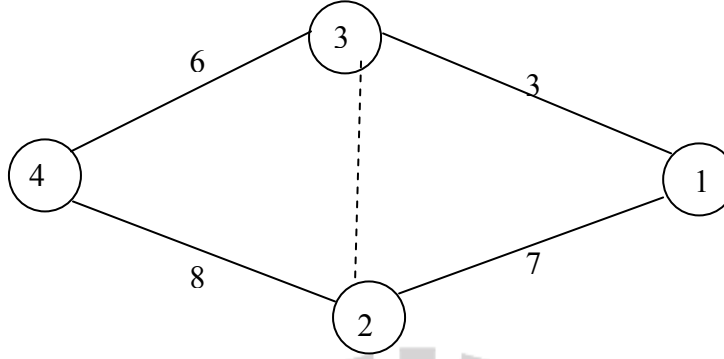
?

### تمرين للمراجعة والحل:

يوجد مخطط لتنفيذ أحد المشروعات ومرسوم بطريقة المسار الحرج، مدة كل حدث معطاه بالأسبوع، والمطلوب إيجاد التاريخ المتوقع المبكر لكل حدث بما في ذلك حدث نهاية المشروع.



**خامساً: تأثير الأنشطة عديمة الزمن في التاريخ المتوقع المبكر:** يأخذ المخطط التالي الذي يعكس أنشطة لعمل مشروع معين.



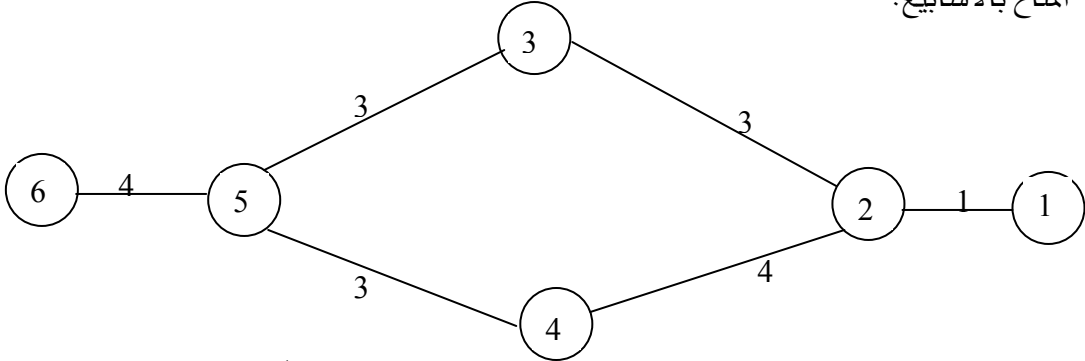
التاريخ المتوقع المبكر للحدث (4) هو أطول مسار هو  $15 = 8 + 7$ .  
 إذا افترضنا أن المشروع لا يمكن أن ينتهي من النشاط (4-2) قبل الانتهاء فعلاً من الحدث (2-1) فالمخطط يكون التاريخ المتوقع المبكر للحدث (4) هو أطول مسار، أي: لا يزال المسار (4-2-1) هو المسار الأطول  $15 = 8 + 7$ .  
 وفي حالة تغيير الغرض فان النشاط (4-3) لا يمكن الشروع فيه إلا بعد إكمال النشاط (2-1) فالمخطط  $15 = 8 + 7 = -4 - 3 - 2 - 1$  أيضاً.  
 لذا يستنتج أن الأنشطة عديمة الزمن لا تؤثر في التاريخ المتوقع المبكر أحياناً، ويمكن أن تزيد مقدار التاريخ المتوقع المبكر حينما تشكل مساراً جديداً أطول من المسارات الأخرى.  
**سادساً: هل يوجد أكثر من مسار حرج واحد في كل مخطط:**

المسار الحرج هو أطول وقت في المخطط في بداية تنفيذ المشروع حتى نهايته، ويمثل المسار سلسلة أنشطة متعاقبة، مما يحتاج من إدارة التخطيط والرقابة إلى مزيد من الوعي بإدارة أسلوب المسار الحرج، وفي حالة أن يتطابق هذا المسار مع آخر في الخطة نفسها يمثلان مسارين حرجين مما تحتاج الإدارة معه إلى جهد إضافي لتخفيض مدة إنجاز المشروع، ونحتاج إلى توجيه الجهد نحو أنشطة مسارين يحتاجان إلى إدارة ومتابعة مستمرتين.

مثال:

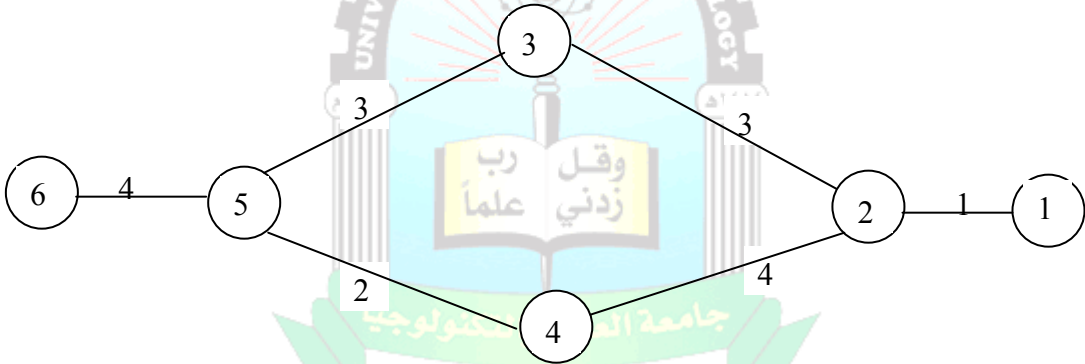


المخطط الآتي يمثل مشروع تنفيذ سكن أحد الضباط في المدينة السكنية والوقت المتاح بالأسابيع:



المسار الحرج لهذا المشروع يحتاج إلى 12=6-5-4-2-1 أسبوعاً.

وفي حالة اختزال الوقت في النشاط في أي مسار يمكن أن تحصل على أقل مدة ممكنة تكون في صالح وقت تنفيذ المشروع.



أحسب المسارين في أعلاه:

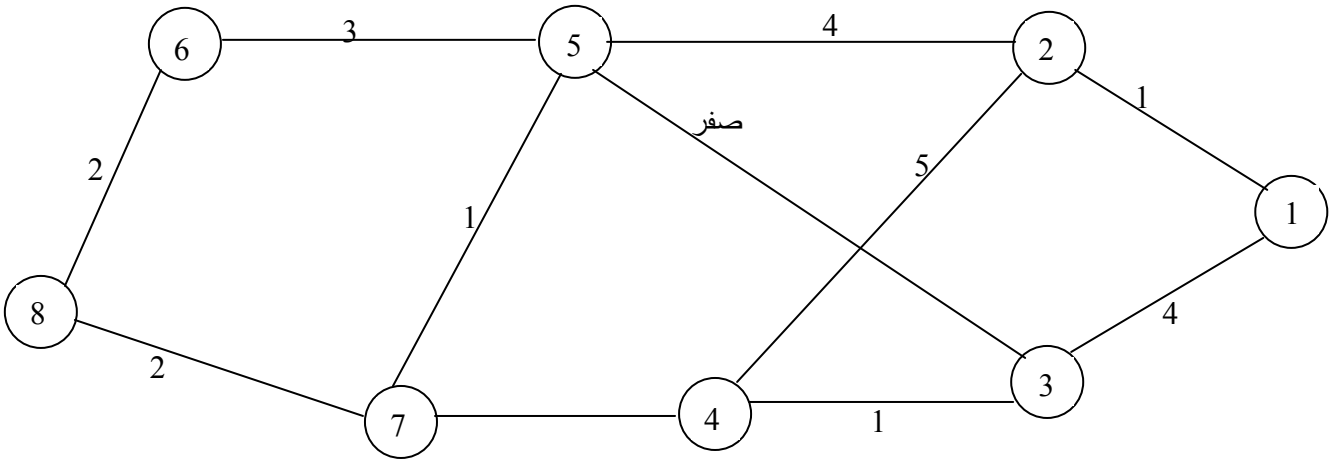
المسار 11 = 6-5-3-2-1 إسبوعاً

المسار 11 = 6-5-4-2-1 إسبوعاً

مثال:

احسب المسار الحرج لهذا المشروع في صناعة إحدى البواخر الكبيرة بشركة هونداي العالمية وطول المدة بالأسابيع.





المسارات هي:

10=8-6-5-2-1

8=8-7-4-3-1

9=8-7-4-2-1

9=8-6-5-3-1

7=8-7-5-3-1

8=8-7-5-2-1



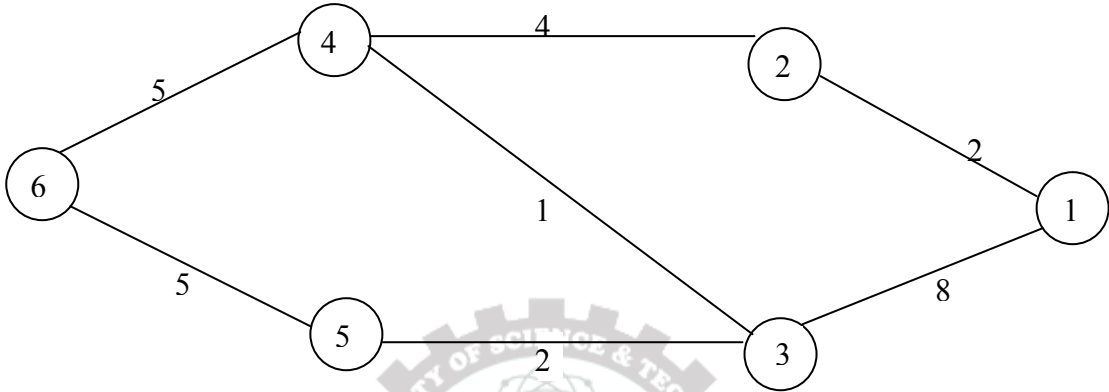
**سابعاً: آخر تاريخ مسموح به: (T.L) ويقصد به (Last Allowance Date)**

يحدد في هذا التاريخ الوقت المسموح به ليتم فيه حدث معين دون التأثير في التاريخ المحدد لإنجاز المشروع بشكل كلي، ويعبر عنه بتاريخ تقويمي لنهاية تنفيذ المشروع بعدد من الأسابيع التي تمر من حدث بداية المشروع حتى الحدث المعين دون تأخير التاريخ المحدد لنهاية المشروع.

تمرين:



المخطط في أدناه يمثل مشروعاً معيناً ومؤشراً عليه مدة كل نشاط وعلى كل حدث التاريخ المتوقع المبكر.

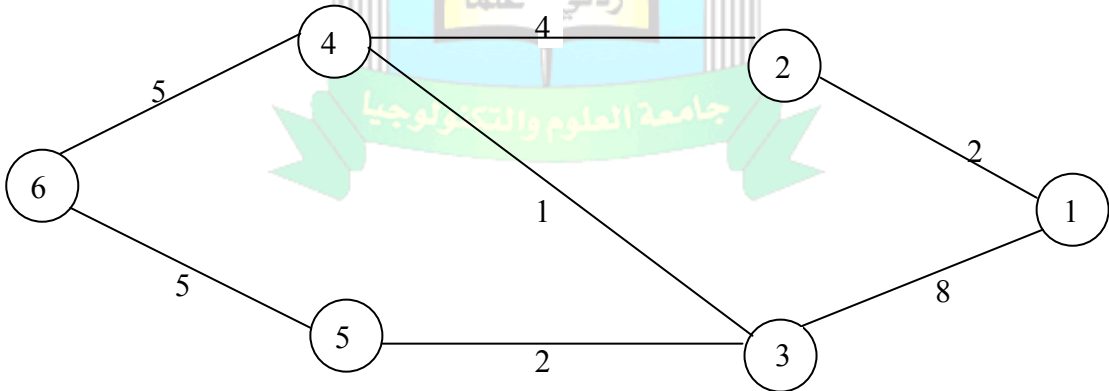


احسب المسارات لحياة المشروع وحدد أي المسارات أكثر حرجاً.

تمرين:



احسب المسارات اللازمة لإنهاء المشروع الآتي، وحدد المسار الحرج.



يمكن تحديد خطوات حساب آخر تاريخ مسمى (T.L) لأي حدث كما يأتي:

أ- يعين المسار الحرج ويحسب التاريخ المتوقع المبكر لحدث النهاية وبقية الأحداث.

ب- بعد اختيار الحدث المطلوب له حساب آخر تاريخ مسموح به، يحسب مداه بالوقت

(الأسابيع) عن حدث النهاية على أطول مسار يربطه بحدث النهاية.

ج- يطرح البعد المحسوب في النقطة (2) من مدة الإنجاز لهذا المشروع أي التاريخ المتوقع المبكر لحدث النهاية، ويكون الناتج هو التاريخ المسموح بالتأخر لذلك الحدث.

د- الأحداث التي تقع في أو على سير المسار الحرج تملك نفس الرقم للتاريخ المتوقع المبكر والتاريخ المسموح المتأخر.

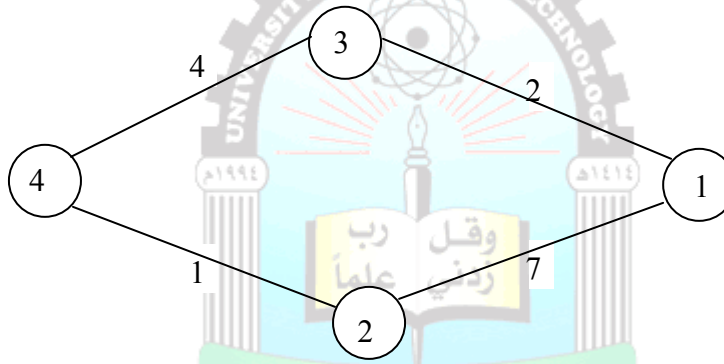
هـ- يمكن حساب التاريخ المسموح المتأخر لأي حدث بطرح مدة النشاط التي تربطه بالحدث الوحيد الذي يسبقه من التاريخ المسموح المتأخر لهذا الحدث.  
ثامنا: المرونة (Slack):

يقصد بالمرونة الوقت الاحتياطي بين الوقت والتاريخ المتوقع والمسار الحرج.

مثال:



احسب المسار الحرج في الرسم الآتي:



يوجد مساران هما:  $6 = 4 - 2 - 1$  أسابيع

والمسار  $4 - 3 - 1 = 4$  أسابيع

والمرونة يقصد بها آخر تاريخ مسموح به (-) والتاريخ المتوقع المبكر

$$Ti - Te = (S) \text{ Slack}$$

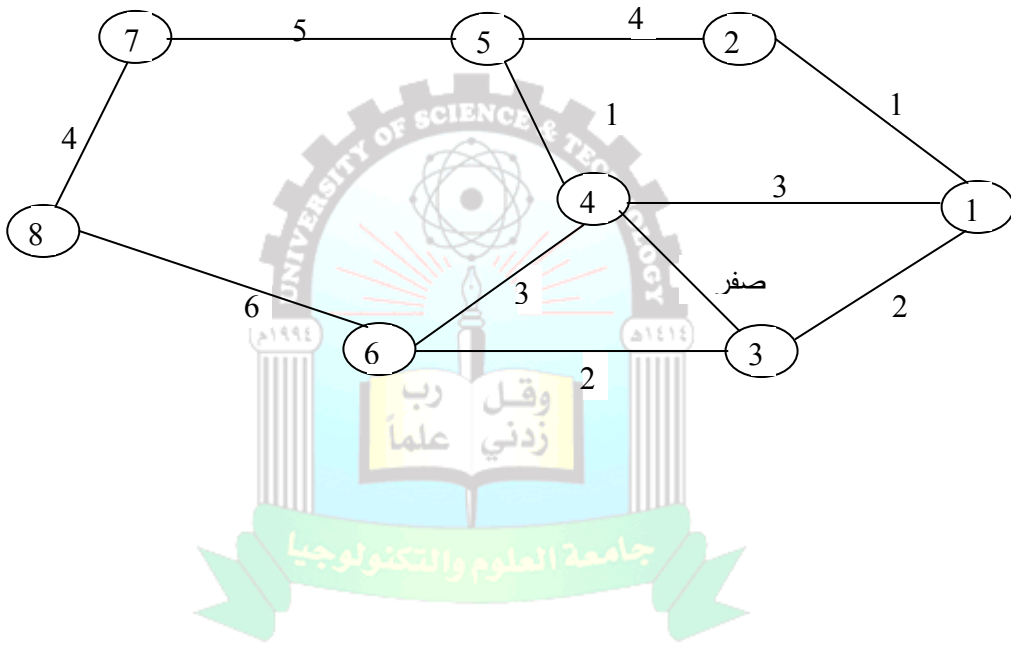


مثال:



يمثل المخطط مشروعاً يرجى تنفيذه لدى وزارة التعليم العالي ومدة الفعالية معطاة بالأسابيع :  
والمطلوب:

- أ- إيجاد المسار الحرج والمدة التي يستغرقها.
- ب- التاريخ المتوقع المبكر (Te) لكل حدث.
- ج- آخر تاريخ مسموح به (Ti) لكل حدث.
- د- المرونة أو الوقت الاحتياطي لكل حدث.



### 3. طريقة تقييم ومراجعة المشروعات بيرت (P.E.R.T)

وتعني (Program Evaluation & review Techniques) وتختصر (Pert) استخدم هذه النموذج في عام 1956م كبرنامج تطوير غواصات بولارس الذي يديره مكتب المشروعات الخاصة بالبحرية الأمريكية، وقد أخفقت كل الطرق لإدارة هذا المشروع في تقديم المعلومات الضرورية عن سير العمل من ناحية الرقابة، واتخاذ القرارات، وفي ديسمبر 1957م استخدم فريق البحث نظاماً رقابياً لتقييم التقدم في مشروع بولارس أطلق عليه أسلوب بيرت والذي يرمز به إلى (Program Evaluation & Review Techniques) ويقتصر على تقنية (Task)، وبدأ العمل به في أكتوبر 1958م.

استخدم أسلوب بيرت في مشروع بولارس، وأدى إلى توفير عامين من المدة التي كانت مقررة لإنهاء المشروع.

وتتشابه فكرة أسلوب بيرت مع المسار الحرج في رسم الشبكة، ونسبة لعدم التأكد الذي يصاحب المشروعات فإنه يمكن تقدير الوقت اللازم لإتمام أي نشاط يمكن عمله بواسطة التوزيع الاحتمالي الذي يعتمد على توزيع بيتا الاحتمالي، حيث يتم تقدير مدة الإنجاز بثلاثة تقديرات هي:

- تقدير الوقت المتفائل

- تقدير الوقت المتشائم

- تقدير الوقت الأكثر احتمالاً.

أ- الوقت المتفائل (Time Optimistic)

وهو وقت ضروري لإتمام العملية في حالة تكامل الظروف المحيطة بالتطبيق سواء أكانت ظروفًا طبيعية أم جوية، أم توفر موارد، ويعد هذا الوقت الأقصر الذي تؤدي فيه الأعمال.

ب- التقدير المتشائم (Time Pessimistic)

وهو الوقت الضروري لإتمام العملية بفرض اجتماع جميع الظروف السيئة سواء أكانت جوية أم طبيعية أم سياسية أم اقتصادية أم عدم توفر المواد الخام، ويعد أطول وقت ضروري يلزم لإتمام العملية.

التقدير الأكثر احتمالاً (TML)، ويقتصر على هذا الرمز (Time Most Likely) وهو الوقت الذي عادة ما يستقر فيه أداء المهمة، وعادة ما يكون في معدلات التنفيذ المتوسطة لإنجاز المهمة، حيث يتم احتساب الوقت العادي المتوقع من خلال متوسط معدلات التنفيذ لهذه العمليات، ويتم تحديده بتقدير الوقت المتوسط الحسابي المرجح، يحدد فيه الوقت المحدد المحتمل على أساس أكبر الترجيح، ويعد أفضل وقت لانتهاء مهمة العمل بشكل متفائل وأسوأ وقت مقدر لانتهاء العمل بشكل متشائم، ويمكن حسابه جبرياً.

$$\text{الوقت المتوقع لكل نشاط} = \frac{\text{الوقت المتفائل} + 4 \times (\text{الوقت الأكثر احتمالاً}) + \text{الوقت المتشائم}}{6}$$

## تدريب (2)

فيما يلي الأنشطة الخاصة بأحد المشروعات، والمطلوب تحديد احتمال إنجاز المشروع خلال 16 يوماً.

النشاط	النشاط السابق	الزمن المتفائل	الزمن المناسب	الزمن المتشائم
أ	-	2	3	2
ب	أ	1	5	3
ج	أ	2	6	4
د	ب ، ج	4	8	6
هـ	-	2	3	4
و	هـ	2	5	8



### أسئلة التقويم الذاتي:

توافر لديك البيانات الآتية من إحدى المراحل الخاصة ببناء مصنع جديد:

المرحلة	المرحلة السابقة	الأزمنة المتوقعة بالشهور		
		الزمن المتفائل	الزمن المتشائم	الزمن الأكثر احتمالاً
أ	-	3	7	2
ب	أ	2	8	5
ج	أ	4	10	7
د	ب ، ج	4	8	6
هـ	ب	5	7	3
و	د ، هـ	1	11	9

المطلوب:

- رسم شبكة بيرت وحساب زمن المسار الحرج وتحديد المراحل الواقعة عليه.
- يفرض أن الإدارة تتوقع الانتهاء من بناء المصنع في زمن قدره 25 شهراً، ما هو الاحتمال الخاص بالمشروع في هذا الزمن؟
- يفرض أن الإدارة تتوقع الانتهاء من بناء المصنع في زمن قدره 26 شهراً ما هو الانتهاء من بناء المصنع في هذا الزمن؟

?

مثال:

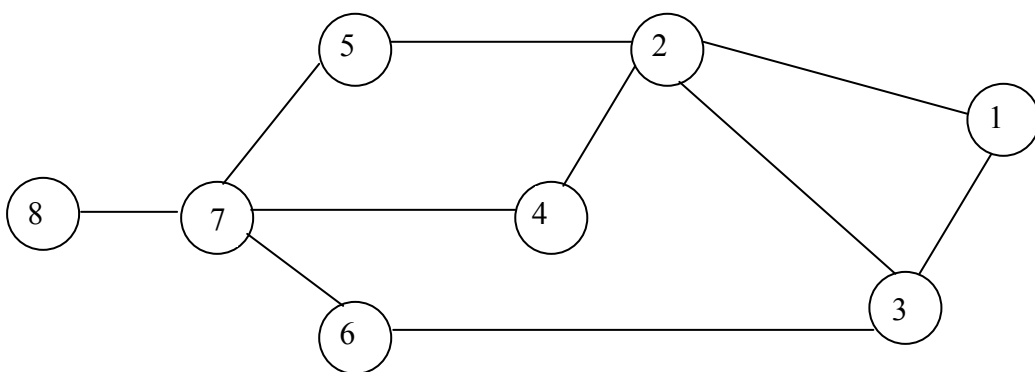


م	الوقت المتفائل	الوقت الأكثر احتمالاً	الوقت المتشائم
1	4	5	12
2	1	5	3
3	2	3	4
4	3	4	11
5	2	3	4
6	3	2	3
7	3	3	5
8	4	4	8
9	3	2	3
10	1	2	3

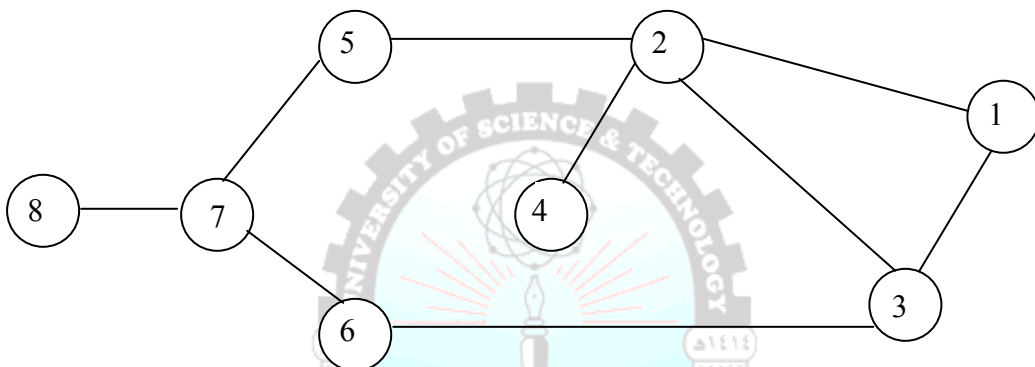
وباستعمال وقت لكل حدث

م	النشاط	الوقت
1	2-1	4
2	3-1	5
3	5-2	2
4	3-2	3
5	3-2	4
6	7-5	2
7	7-4	3
8	6-3	5
9	7-6	6
10	8-7	3

وإذا افترضنا أن المخطط التالي يمثل مشروع تنفيذ المباني بكلية العلوم الإدارية جامعة العلوم والتكنولوجيا، والمدة بالشهور مع أن الجدول السابق يعطي أوقات الأحداث المختلفة لهذا المشروع.



أما أوقات الانتهاء والبدء وأقل وقت للانتهاء من المشروع فتظهر كالآتي:



أما أقصى وقت للبدء وأقصى وقت للانتهاء من المشروع فيظهر كما يأتي:

النشاط	أقل وقت للبدء	أكثر وقت للبدء	أقل وقت الانتهاء	أكثر وقت الانتهاء	فائض الوقت	مسار حرج
أ	صفر	صفر	6	6	صفر	
ب	صفر	7	2	9	7	
ج	6	10	9	13	4	
د	6	7	11	12	1	
هـ	6	6	9	9	صفر	صفر
و	9	13	11	15	1	
ز	11	12	14	15	4	
ح	9	9	13	13	صفر	صفر
ط	13	13	15	15	صفر	صفر
ي	15	15	17	17	صفر	صفر

ومن هذا الشكل في أعلاه نلاحظ أن لو طرحنا أقرب وقت متوقع لإتمام الحدث من آخر وقت مسموح به لإتمام هذا الوقت الباقي هو الفائض من الأحداث التي على المسار الحرج (صفر) ويعد أسلوب المسار الحرج (C.P.M) (Critical Path Method) ويمكن تحليل الوقت والتكاليف بطريقة بيرت.

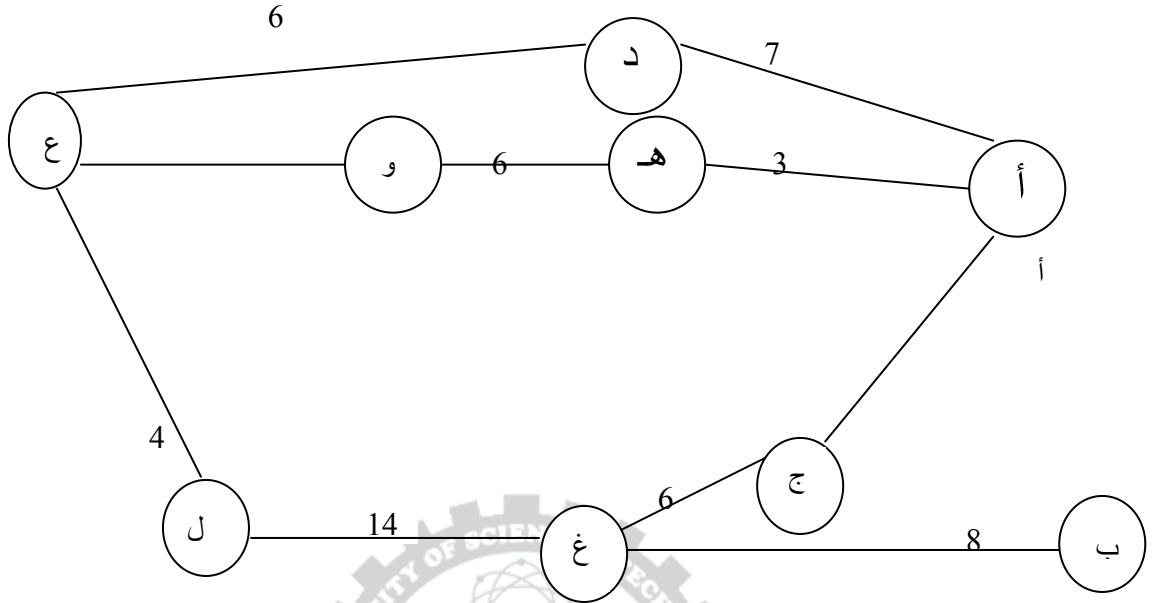
تمارين على استخدام نظرية شبكات الأعمال والمسار الحرج:

1-الجدول في أدناه يمثل الأنشطة المختلفة لإنجاز مشروع معين، وذلك حسب وقوعها والوقت اللازم لإنجاز كل منها بالأسابيع:

النشاط	وقت لإنجاز النشاط	الأنشطة السابقة
أ	7	-
ب	8	-
ج	6	أ
د	5	أ
هـ	3	أ
و	6	هـ
ز	16	د.و
ح	14	ب.ج
ط	4	ح.ط

أوجد ما يأتي:

- ارسم شبكة الأعمال التي تمثل أنشطة المشروع المختلفة.
- حدد مسار أنشطة المسار الحرج وحدد الوقت اللازم لإنهائه.



إذا كانت البيانات الموجودة في الجدول الآتي: تمثل الأنشطة المحتملة لإنجاز مشروع إنشاء صالة رياضية والمدة بالأسابيع.

الأنشطة	الأنشطة السابقة	وقت متفائل	وقت أكثر احتمالاً	التشاؤم
أ	-	10	22	28
ب	أ	4	4	10
ج	ب	4	6	14
د	أ	1	2	3
هـ	د	1	5	9
و	ج-هـ	7	8	9
ز	و	2	2	2

أوجد ما يأتي:

أ- الوقت المتوقع والتباين لإنجاز كل نشاط.

ب- شبكة الأعمال الممثلة للمشروع

ج- وقت البداية والنهاية المبكرة ووقت البداية والنهاية المتأخرة لكل نشاط.



- د- المسار الحرج والوقت اللازم لإنجازه.
- هـ- احتمال تنفيذ المشروع خلال (40) أسبوعاً.
- و- احتمال تنفيذ المشروع خلال (45) أسبوعاً.
- ز- احتمال تنفيذ المشروع بين (40 و 45 أسبوعاً).

**الحل:**

يتم حساب الوقت المتوقع لكل نشاط حسب العلاقة الآتية:

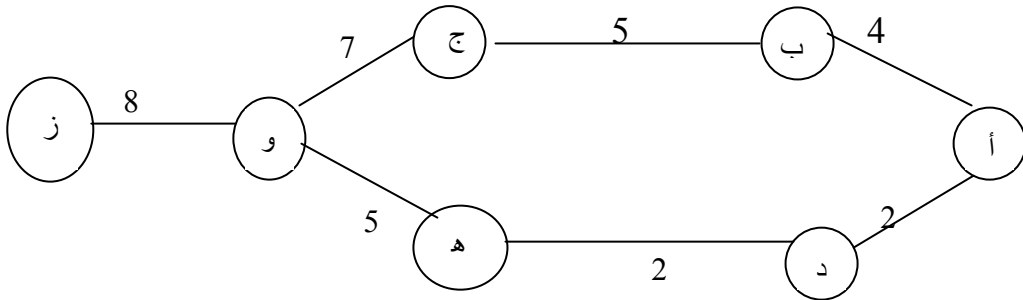
$$\text{الوقت المتوقع} = \frac{\text{ف} + 4\text{ح} + \text{ش}}{6}$$

أما التباين فيتم حسابه من خلال العلاقة الآتية: (ش- ف) مرفوع للقوة 2  
6

وعليه فان الوقت المتوقع والتباين لكل نشاط من أنشطة المشروع فيظهر كما يأتي:

النشاط	الوقت المتوقع	التباين
أ	21	9
ب	5	1
ج	7	9/25
د	2	9/1
هـ	5	9/16
و	8	9/1
ز	2	صفر

ويتم رسم شبكة الأعمال للمشروع على النحو الآتي:



1	2	3	4	5	6	7	8		
الأنشطة	وقت الإنجاز	الأنشطة السابقة	ب.م	4+2=ت م	الأنشطة اللاحقة	ب.خ	7+2=ت.خ	الوقت الفائض 8 – 5	الأنشطة الحرجة
أ	21	-	0	21	ب.د	0	21	0	نعم
ب	5	أ	21	26	ج	21	26	0	نعم
ج	7	ب	26	33	و	26	33	0	نعم
د	2	أ	21	23	هـ	26	28	5	لا
هـ	5	د	23	28	و	28	33	5	لا
و	8	ج.هـ	33	41	ع	33	41	0	نعم
ز	2	و	41	43	-	41	43	0	نعم

و- احتمال تنفيذ المشروع في (40) أسبوعاً  
يمكن حساب الانحراف المعياري لإنجازه وهو يمثل أنشطة المسار الحرج.

$$\sqrt{9+1+\frac{25}{9}-\frac{1}{9}+0}$$

الانحراف المعياري = الجذر التربيعي ل (9+25/9+1/9+0) = الجذر التربيعي  
ن (12.89) = 3.59

2- إيجاد قيمة (Z) المعيارية المقابلة للقيمة (40) أسبوعاً =  $\frac{43-40}{3.59} = 0.89$

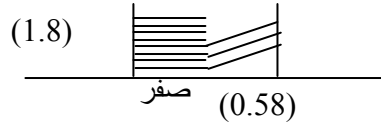
3- تمثيل المساحة الواقعة تحت العلامة تحت قيمة (z) المعيارية بيانياً = 0.84

4- إيجاد قسمة المساحة الواقعة تحت العلامة المعيارية (-0.84) وتمثل الاحتمال، وبالنظر في جدول التوزيع الطبيعي نجد احتمال إنجاز المشروع خلال (40) أسبوعاً هو (0.2005).

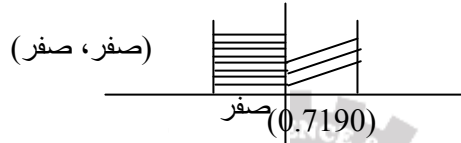
5- احتمال إنجاز المشروع في (45) أسبوعاً : (i) إيجاد قيمة (Z) المعيارية.

$$ح = \frac{43-45}{3.59} = 0.58$$

ب- ويمكن تمثيلها بيانياً



أ- إيجاد المساحة الواقعة تحت القيمة المعيارية، وبالنظر إلى جدول التوزيع الطبيعي نجد أن المساحة هي الاحتمال هي (0.7190).

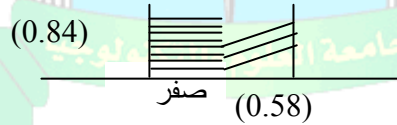


احتمال إنجاز المشروع بين (40 و 45) أسبوع هو:

أ- قيمة (ح) المعيارية المقابلة للقيمة (40) أسبوعاً هو (-0.84).

ب- قيمة (ح) المعيارية المقابلة للقيمة (45) أسبوعاً هو (0.58).

ج- يمكن تمثيلها بيانياً:



د- إيجاد المساحة المحصورة بين القيمتين المعياريتين فالمساحة المحصورة بين النقطتين =

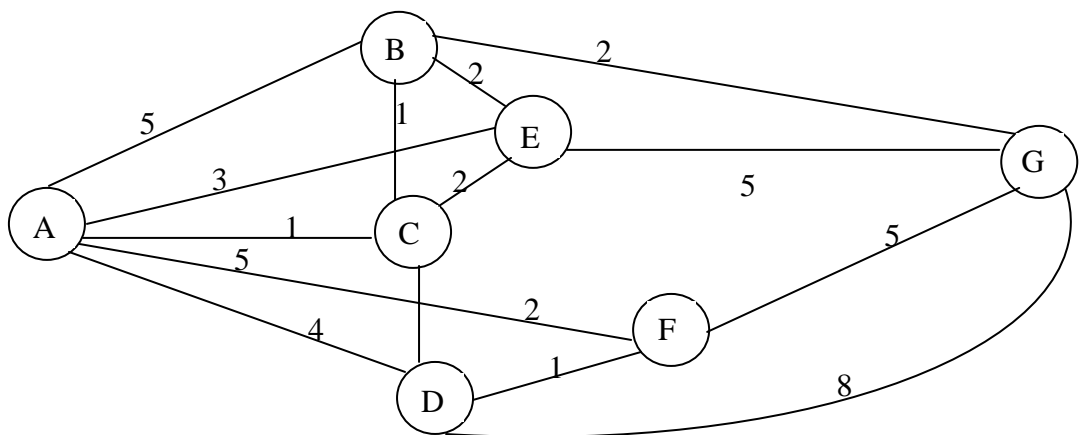
$$\text{المساحة تحت } (0.58) - \text{المساحة } (-0.84) = 0.7190 - 0.2005 = 0.518$$

#### أسئلة التقويم الذاتي:

احسب المسار الحرج في المسائل الآتية بين أول نقطة وآخر نقطة في المسار

بين المصدر (A) الى المصب في (G).

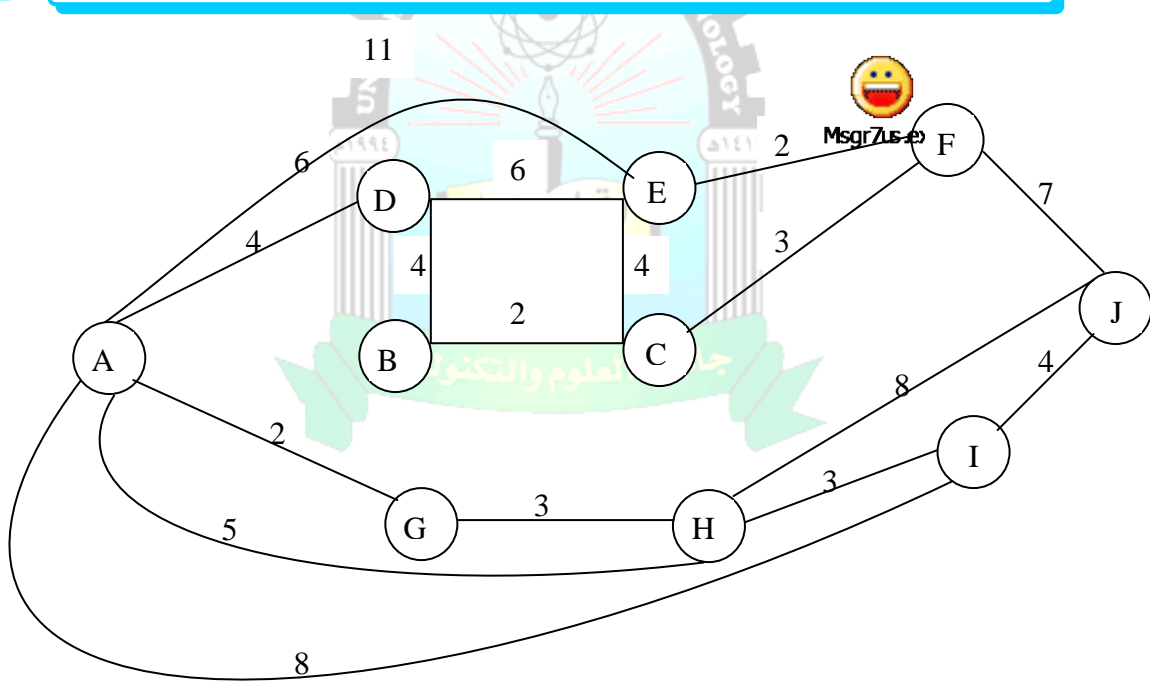
?



### أسئلة التقويم الذاتي:

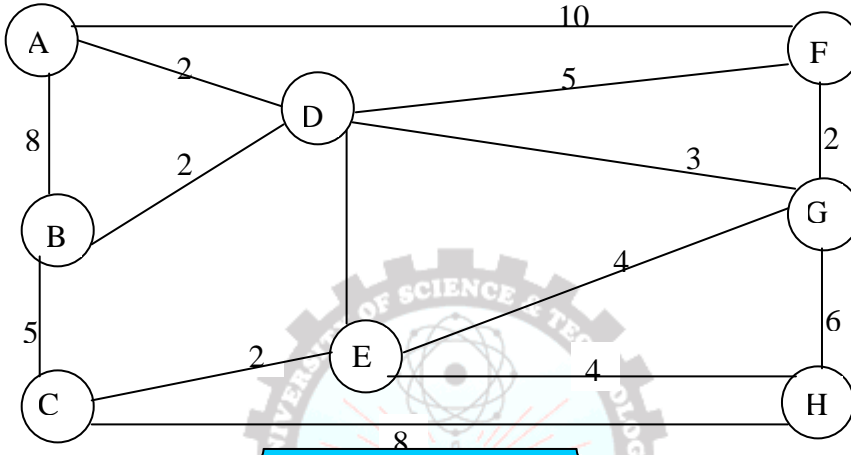
?

احسب المسار الحرج لهذا الشكل بين المصدر (A) والمصب (j).



### أسئلة التقويم الذاتي:

حدد أقل المسارات وصولاً بين المصدر (A) والمصب (H).

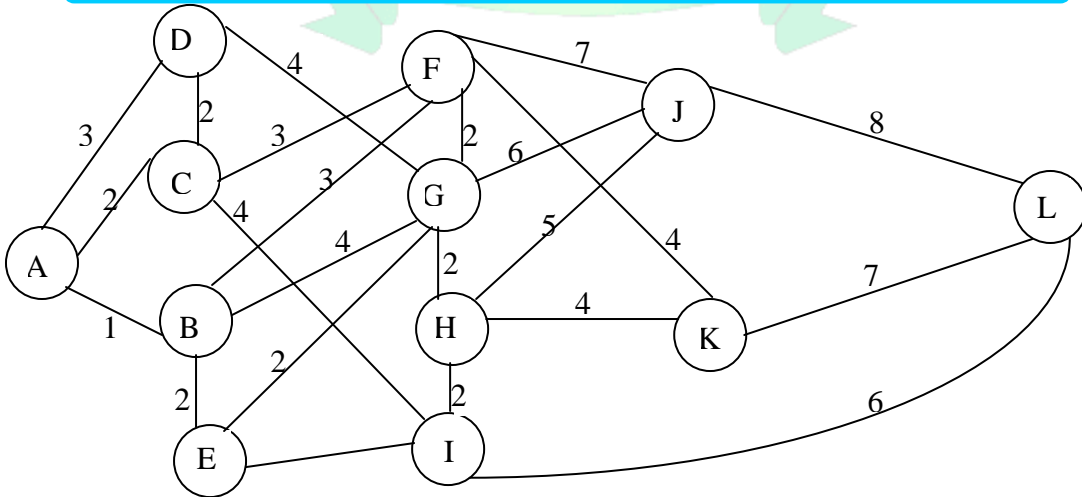


### أسئلة التقويم الذاتي:

احسب أقصر مسافة بين المصدر (A) والمصب (L).

واحسب أطول مسافة بين المصدر (A) والمصب (L).

حدد الفرق بين أطول مسافة وأقل مسافة في الرسم بين المصدر (A) والمصب (L).

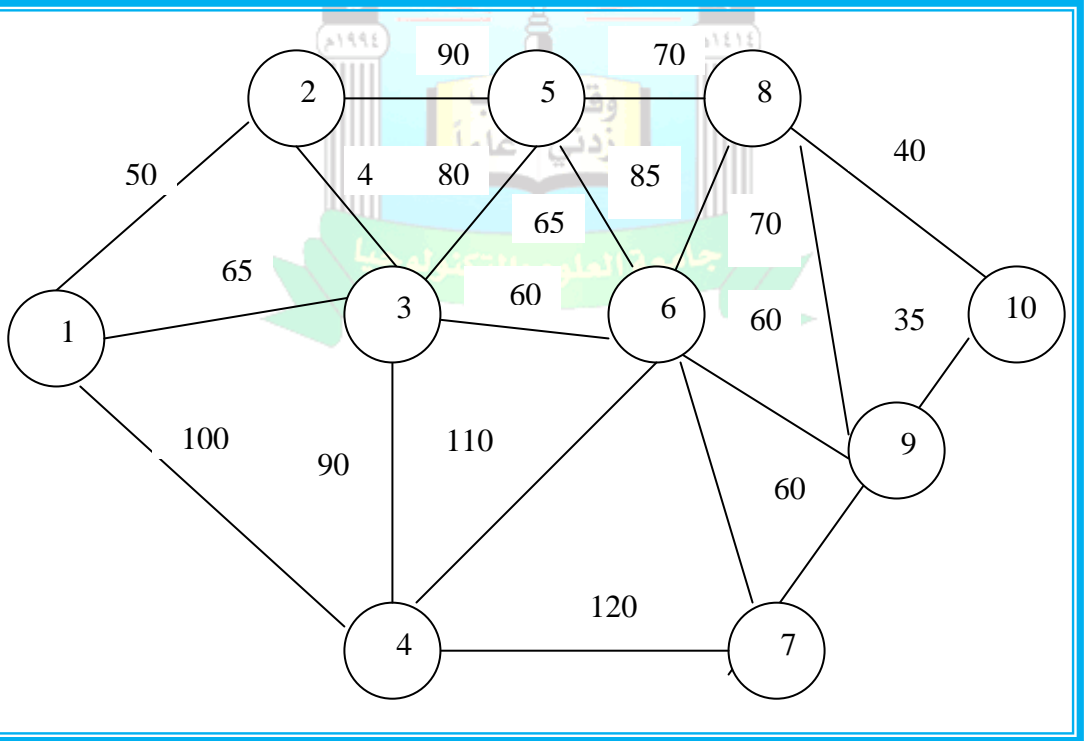


### تدريب (3)

بعد أن قامت شركة مقاولات بتشييد كلية متخصصة، يخطط مدير المشروع لإقامة شبكة من التمديدات الصحية لخدمة المباني العشرة التي تتكون منها الكلية - يرغب مدير المشروع في تقليص أطول الأنابيب اللازمة لشبكة التمديدات بين جميع مباني الكلية بقدر الإمكان، وذلك من أجل تقليل تكلفة الشبكة.

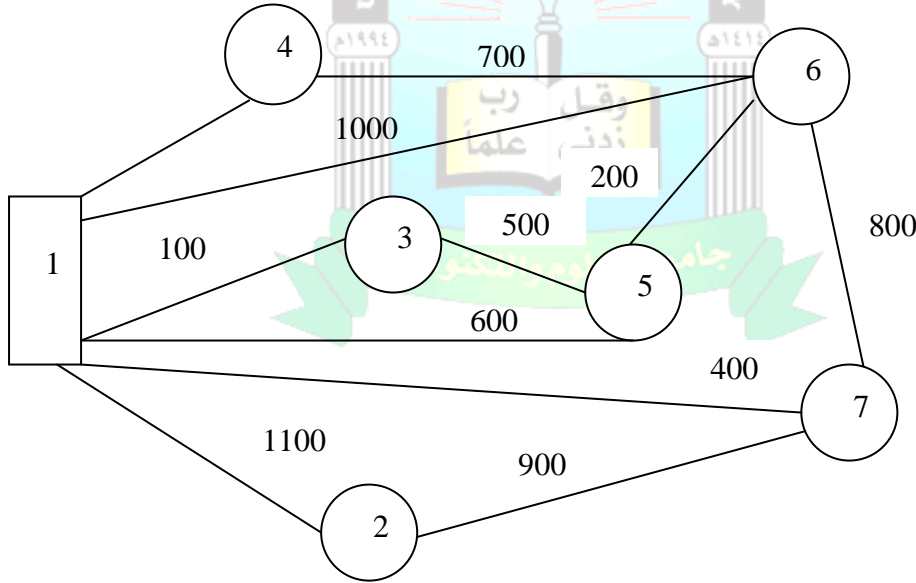
الشكل في أدناه يبين مخططاً للشبكة المطلوبة حيث تشير النقاط إلى مباني الكلية والأفرع إلى خطوط الأنابيب الواصلة بين كل مبنيين بالإمكان ربطهما معاً، وتشير الأرقام عند كل فرع إلى المسافة بالأمتار بين المباني.

أوجد أقل طول لشبكة التمديدات الصحية اللازمة لربط جميع المباني معاً ضمن هذه الشبكة.



#### تدريب (4)

قامت مؤسسة عقارية ببناء مجموعة من البيوت السكنية المتباعدة على قطعة من الأرض تبلغ مساحتها عدة أفدنة، وتخطط المؤسسات لتوصيل أنابيب المياه لهذا التجمع السكاني. المخطط الشبكي الموضح في أدناه يبين احتمالات التوصيل المختلفة بين البيوت بعد حذف الاحتمالات الصعبة الناشئة عن طبيعة الأرض والصعوبات الفنية الأخرى إذا كانت النقطة (1) في المخطط الشبكي تمثل المصدر الرئيس للمياه، والنقاط الأخرى تمثل البيوت السكنية، في حين تمثل الخطوط المسافات بين البيوت السكنية أو بينها وبين مصدر المياه، ترغب المؤسسة في تحديد أقل طول لشبكة الأنابيب اللازمة لتوصيل مجموعة البيوت مع مصدر المياه.



دعنا نتعاون لإيجاد خلاصه لنظريه شبكات الأعمال والمسار الحرج، بدأنا الوحدة بطريقة المسار الحرج، وينظره إجمالية نجدها تمثل شكل شبكة أو مخطط هندسي ويتكون من حدث ونشاط ويكتمل في مسار، الحدث يمثل بداية أو نهاية النشاط وليس له وقت لانجازه، أما النشاط فهو خط يربط حدثين وله مدة زمنية لانجازه .

في الشبكة الكلية يمكن أن نجد أكثر من مسار من حدث البداية إلى حدث النهاية و أطول زمن لتلك المسارات يمثل المسار الحرج وتذكر التاريخ المتوقع المبكر، والوقت المبكر، لبدء النشاط والوقت المتأخر .

أما طريقه بيرت (pert) طريقه تقييم ومراجعه المشروعات فهي تشبه طريقة المسار الحرج من حيث رسم الشبكة أو المخطط الهندسي . ولكن نسبة لظروف عدم التأكد الذي يصاحب المشروعات .

ظهرت طريقه بيرت لعلاج ظاهره عدم التأكد. لذا اعتمدت فكرة بيرت على التوزيع الاحتمالي الذي يعتمد على توزيع بيتا الاحتمالي ، ثم التقدير على ثلاثة تقديرات منها تقدير الوقت المتفائل، والوقت المتشائم، وتقدير الوقت الأكثر احتمالاً، وقد لمست عظمة الفوائد لقيام المشروعات الضخمة والمعقدة عند استعمال نظريه شبكات الأعمال.



## 5. لمحة مسبقة عن الوحدة الدراسية السادسة:

عزيزي الدارس، بعد أن تناولنا نظرية شبكات الأعمال والمسار الحرج وعرفنا كيف أن نظرية بيرت ظهرت لعلاج ظاهرة عدم التأكد والتي اعتمدت بذلك على التوزيع الاحتمالي وفقاً لتوزيع بيتا الاحتمالي. سوف نتناول في الوحدة القادمة إن شاء الله نماذج اتخاذ القرار في ظل ظروف عدم التأكد. كما أننا سوف نتناول فيها نظرية الترتيب وكيف يتم تنفيذها بحيث يكون وقت الإنتاج أقل ما يمكن.



## 6. إجابات التدريبات:

### تدريب (1)

أولاً: المزايا:

1. يفيد كل من المسار الحرج وأسلوب بيرت في إدارة المراحل المختلفة للمشروعات، وعلى وجه الخصوص فيما يتعلق بالجدولة والرقابة على المشروعات ذات الأحجام الكبيرة.
1. سهولة تطبيق هذه الأساليب نظراً لبعدها عن التعقيدات الرياضية.
2. التمثيل البياني باستخدام الشبكات يساعد على الإدراك السريع للعلاقات المختلفة بين أنشطة المشروع.
3. تمثل شبكة المشروع مصدراً قيماً ووثائقياً يمكن أن يوضح من المسؤول عن كل نشاط من أنشطة المشروع.
4. يمكن استخدام هذه الأساليب ليس فقط في مراقبة تنفيذ المشروعات زمنياً بل أيضاً في مراقبة التكاليف، وإمكانية التحكم فيها بالمقايضة مع الزمن.

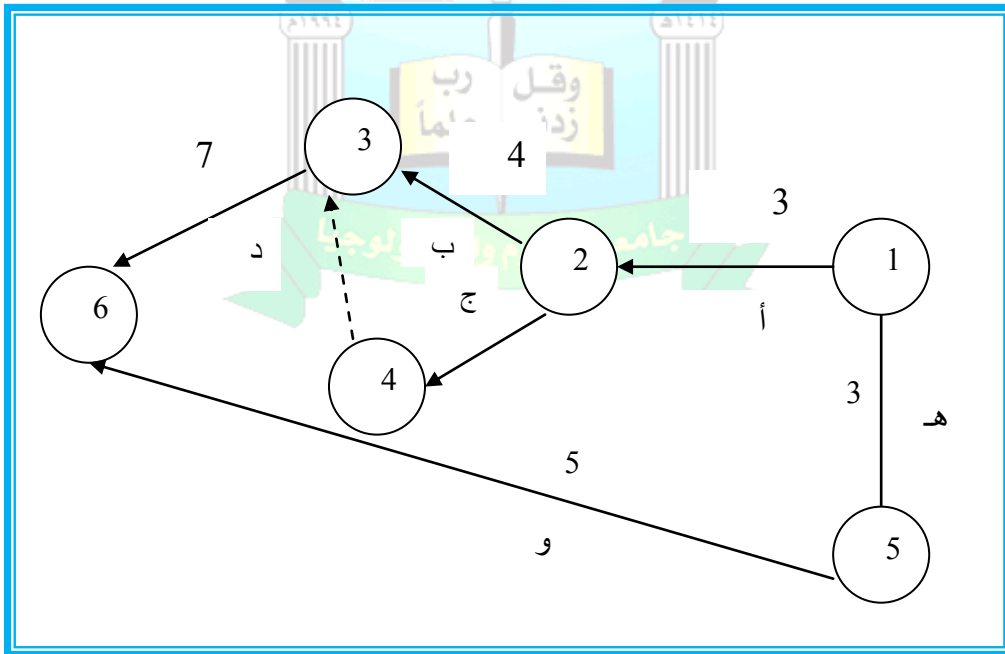
ثانياً: المحددات:

1. يتطلب استخدام هذه الأساليب أن تكون الأنشطة معروفة بوضوح ومستقلة عن بعضها.
2. لا بد أن يكون تتابع الأنشطة محدداً بوضوح، وأن يكون في الإمكان تشبيك هذه الأنشطة مع بعضها.
3. يتوقف تقدير وقت الأنشطة على درجة تفاؤل أو تشاؤم متخذي القرارات من المديرين.
4. عادة ما يتم التركيز على أنشطة المسار الحرج مع أنه قد توجد مسارات أخرى مهمة يمكن أن نطلق عليها المسارات الحرجة تقريباً والتي يجب أن تنال اهتمام متخذ القرار من حيث التحليل والتأثير في إنجاز المشروع.

## تدريب (2)

أولاً: تحديد الوقت المتوقع لكل نشاط

الوقت المتوقع للنشاط أ	$\frac{4+3 \times 4+2}{6} =$	3 أيام
ب " " "	$\frac{3+5 \times 4+1}{6} =$	4 أيام
ج " " "	$\frac{4+8 \times 4+4}{6} =$	5 أيام
د " " "	$\frac{4+6 \times 4+4}{6} =$	7 أيام
هـ " " "	$\frac{8+5 \times 4+2}{2} =$	3 أيام
و " " "	$\frac{8+5 \times 4+2}{2} =$	5 أيام



- المسار أ ج د  $7+5+3 =$  15 يوماً المسار الحرج  
 - المسار أ ب د  $7+4+3 =$  14 يوماً  
 - المسار هـ و  $5+3 =$  8 أيام

ثانياً: تحديد الانحراف المعياري لأنشطة المسار الحرج:

- الانحراف المعياري للنشاط أ  $\frac{1}{3} \frac{4-2}{6} =$   
 - " " " ج  $\frac{1}{3} \frac{2-4}{6} =$   
 - " " " د  $\frac{1}{3} \frac{4-4}{6} =$

ثالثاً: تحديد تباين الأنشطة الواقعة على المسار الحرج:

النشاط	الانحراف المعياري	التباين (الانحراف المعياري) <sup>2</sup>
أ	$\frac{1}{3}$	11،
ب	$\frac{1}{3}$	11،
د	$\frac{1}{3}$	11،

رابعاً: تحديد تباين الأنشطة الواقعة على المسار الحرج: **الوجيا**

$$,57 = \sqrt{33} =$$

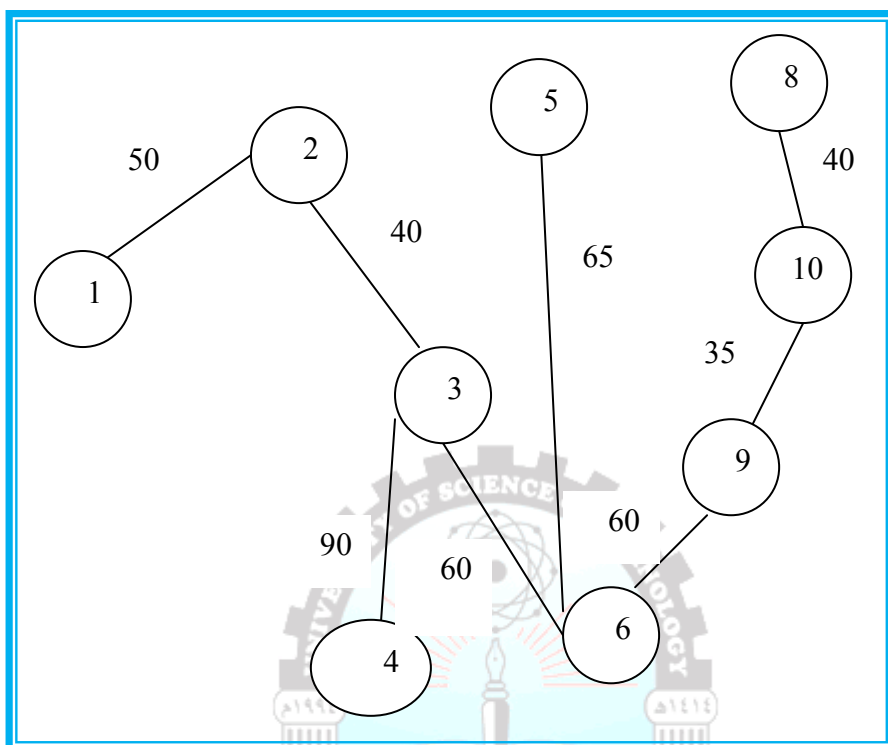
خامساً: تحديد القيمة المعيارية Z  $\frac{15-16}{,75} =$

$$1,75 =$$

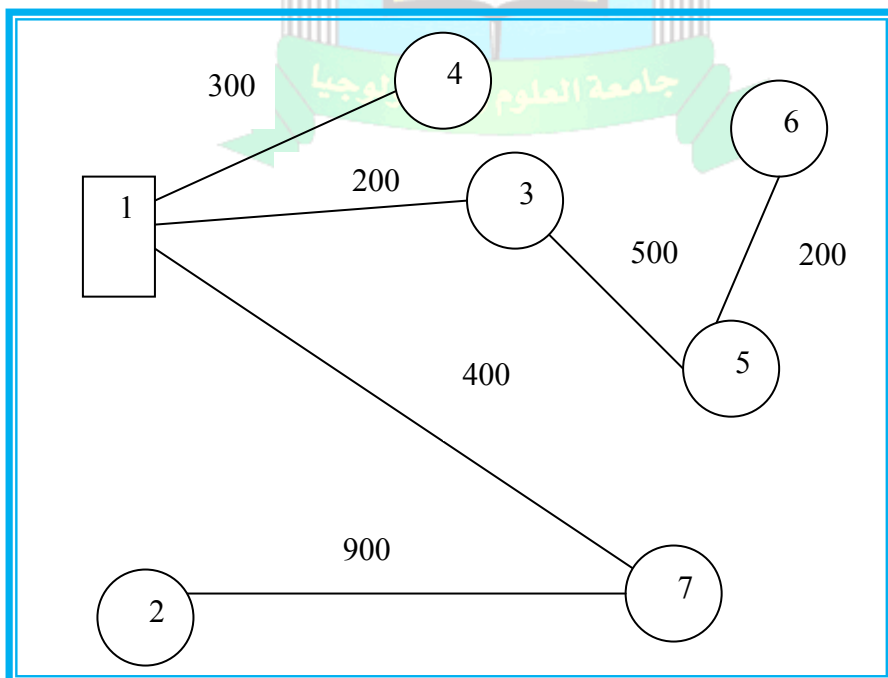
سادساً: بالبحث في جدول التوزيع المعتدل المعياري أو الطبيعي عن الرقم المقابل لـ 1,75 "ابحث في الجدول أمام الرقم 1.7 تحت عمود 05، ستجد الرقم 4608، ولأن التوزيع الطبيعي هو توزيع ذو طرفين، لذلك فإن احتمال الانتهاء من المشروع خلال 16 يوماً هو:

$$x2 \cdot 4595 = 92\% \text{ تقريباً}$$

### تدريب (3)



### تدريب (4)



- **المشروع Project:**  
مجموعة متتالية من الأنشطة لها علاقات مميزة تربطها معاً وتتحدد بنقاط بداية ونهاية توضح اكتمال تحقيق الأنشطة بغية الوصول إلى هدف معين أو مجموعة أهداف.
- **النشاط Activity:**  
هو أي جزء من المشروع يستغرق وقتاً وله بداية وله نهاية كما يترتب على إنجاز النشاط تحمل تكاليف معينة.
- **الشبكة Network:**  
هي رسم يوضح خطة تنفيذ المشروع، ويوجد نوعان رئيسان لرسم شبكة الأعمال:  
أ- مخطط الأسهم Activity on-arrow:  
حيث يمثل كل نشاط في هذا المخطط بسهم.  
ب- مخطط الخانات Activity-on-node:  
حيث تمثل كل نشاط في هذا المخطط بدائرة.
- **الحدث Event:**  
يشير الحدث إلى بداية أو نهاية معينة، وفي ظل مخطط الأسهم فإن النشاط يقع بين حدثين، أما في ظل مخطط الخانات فإن النشاط يبدأ بحدث وينتهي بمجرد بدء نشاط آخر يليه.
- **أسلوب المسار الأقصر Shortest Route Technique:**  
أسلوب لإيجاد أقصر مسار من نقطة المصدر إلى نقطة أخرى في الشبكة.
- **أسلوب العودة العكسية Backpacking Procedure:**  
أسلوب لتحديد المسار بين نقطتين في الشبكة بطريقة عكسية "أي: البدء من النقطة الأخيرة والرجوع عكسياً إلى النقطة الأولى"
- **أسلوب بيرت PERT وأسلوب CPM:**  
أساليب في التحليل الشبكي تستخدم لمراجعة المشروعات وتقييمها.
- **الدورة Cycle:**  
تتابع من الأفرع يصل بين عدة نقاط تكون نقطة البداية ونقطة النهاية النقطة نفسها.

- السلسلة Chain:
- تتابع من الأفرع تربط بين نقطتين غير متتاليتين.
- المسار Path:
- تتابع من الأفرع المتجهة التي تصل بين نقطتين غير متتاليتين.
- المصدر "نقطة الأصل" Source Origin:
- النقطة الأولى في الشبكة تكون الأفرع المتصلة فيها متجهة بحيث تبتعد.
- نقطة توصيل "وصلة ، نقطة" "Link, Junction" Node:
- نقطة تمثل على شكل شبكة دائرة أو مربع صغير تفصل بين أفرع الشبكة.



1. أحمد سرور محمد ، بحوث العمليات في الإدارة ( القاهرة: مكتبة عين شمس، 1987م).
2. برونسون، بحوث العمليات، ترجمة حسن حسني الغباري، مراجعة، محمد إبراهيم يونس ( القاهرة: الدار الدولية للنشر والتوزيع، 1988م)
3. جلال الأشعري 2010، محاضرات ، جامعة صنعاء ، بحوث العمليات.





# الوحدة السادسة

6

نماذج اتخاذ القرارات في ظل ظروف التأكد



## محتويات الوحدة

الصفحة	الموضوع
200	1. المقدمة.....
200	1.1 التمهيد.....
200	1.2 أهداف الوحدة.....
201	2. نماذج اتخاذ القرار في ظل ظروف التأكد.....
208	3. نظرية الترتيب.....
214	4. الخلاصة.....
215	5. إجابات التدريبات.....
218	6. مسرد المصطلحات.....
219	7. المراجع.....



## 1. المقدمة:

### 1.1 التمهيد:

#### عزيزي الدارس،

مرحباً بك في هذه الوحدة التي يأتي ترتيبها السادسة في وحدات المقرر، وقد اشتملت على قسمين رئيسيين هما نماذج اتخاذ القرار في ظل التأكد ونظرية الترتيب، في القسم الأول بدائل اتخاذ القرار وهي اتخاذ القرارات في ظل ظروف التأكد الكاملة، واتخاذ القرار في ظل شبه التأكد وأخيراً اتخاذ القرار في ظل عدم التأكد إلى جانب المعايير المستخدمة في تقييم القرارات المختلفة.

وفي القسم الأخير تناولنا نظرية الترتيب وهي تستخدم في مسائل جدولة الإنتاج. وقد حاولنا الإكثار من الأمثلة ذات العلاقة بموضوعات الوحدة وحلولها النموذجية. وستجد في شايها هذه الوحدة أسئلة تقويم ذاتي وتدريبات ترد إجابتها في نهاية الوحدة التي وردت في النص الرئيس. كما ذيلنا هذه الوحدة بمسرد للمصطلحات العلمية. أهلاً بك مرة أخرى إلى هذه الوحدة، ونرجو أن تستمتع بدراستها، وأن تفيد منها، وأن تشاركنا في نقدها وتقييمها.

### 2.1 أهداف الوحدة:

عزيزي الدارس، بعد فراغك من دراسة هذه الوحدة ينبغي أن تكون قادراً على

أن:

1. توضح نماذج اتخاذ القرار في ظل ظروف التأكد.
2. تتعرف على معايير تقييم القرار.
3. الإلمام بنظرية الترتيب.



## 2. نماذج اتخاذ القرار في ظل ظروف التأكد:

من صفحة 1 إلى 6 من الوحدة السادسة

عادةً ما يتوفر لدى صناع القرار عدد كبير من الحلول الممكنة للمشاكل التي يواجهونها فيكون أفضل هذه الحلول (الحل الأمثل) هو الذي يجب إختياره وفق مقياس يسمى مقياس الفعالية (الهدف من القرار).

حالة (1) - عندما تتوافر المعلومات الكاملة لدى صانع القرار عن مشكلة ما ، فإن عليّة مقارنة جميع الحلول الممكنة واختيار أفضلها وفق مقياس الفعالية.

- مقياس الفعالية قد يكون الربح أو التكلفة ، ....  
- القرار المحدد أو القرار في حالة التأكد كالحالة السابقة (1). أمثال هذه القرارات قرارات مشاكل النقل (الوحدة السابقة) والتخصيص والتخزين والبرمجة الخطية ، ....

- حالة (2) - عندما تتوافر جزء من المعلومات عن مشكلة ما .  
في مثل هذه الحالة يكون إختيار الحل الأمثل هو قرار في حالة المخاطرة.

- حيث يتم في مثل هذه الحالة تقدير إحتمال ما يمكن أن يقع من حوادث (الحالات الطبيعية).

أمثال هذه القرارات اختيار الحل الأمثل في النماذج الإحتمالية (صندوق الإنتظار والتخزين الإحتمالي).

- حالة (3) - عندما لا تتوفر أي معلومات عن مشكلة ما (نقص كامل للمعلومات) ، تسمى قرارات إختيار الحل الأمثل في مثل هذه الحالة بالقرار في حالة عدم التأكد.

أياً كان نوع القرار المستخدم في إتخاذ القرار فإن الأمر يتطلب التعرف على ما يلي:

1 - معرفة من سيستخدم القرار، وما نوع القرار (قرار حالة التأكد - حالة المخاطرة - حالة عدم التأكد).

2 - معرفة الهدف من القرار (تحديد مقياس الفاعلية).

3 - معرفة الحلول الممكنة (البدايل).

4 - معرفة جدول القرار (مصفوفة العوائد المتعلقة بالقرار).

جدول مصفوفة العوائد:

الحلول الممكنة (البدايل)		الحوادث أو الحالات الطبيعية وإحتمالات وقوعها	
		$S_1 \ S_2 \ S_3 \dots S_m$	
		$p_1 \ p_2 \ p_3 \dots p_m$	
$a_1$		$r_{11} \ r_{12} \ r_{13} \dots r_{1m}$	
$a_2$		$r_{21} \ r_{22} \ r_{23} \dots r_{2m}$	
.		.	.
.		.	.
.		.	.
.		.	.
..		.	.
$a_n$		$r_{n1} \ r_{n2} \ r_{n3} \dots r_{nm}$	

حيث:  $S_1, S_2, \dots, S_m$  تمثل جميع الحوادث الممكنة أن تقع (الحالات الطبيعية)

$p_1, p_2, \dots, p_m$  تمثل جميع الحوادث (الحالات الطبيعية)

$a_1, a_2, \dots, a_n$  تمثل جميع الحوادث (الحالات الطبيعية)

$R_{ij}, i=1,2,\dots,n \ \& \ j=1,2,\dots,m$  يمثل الناتج عن إختيار البديل  $a_j$  عند وقوع الحادث أو وقوع

الحالة الطبيعية  $S_j$

- مصفوفة العوائد للقرارات في حالة التأكد.

في هذه الحالة المعلومات كاملة عن البدائل والعوائد وتكون مصفوفة العوائد في هذه الحالة مكونة من عمود واحد حيث لدينا حادثة (حالة طبيعية واحدة) تقع بشكل مؤكد وفي هذه الحالة سيكون أمام صانع القرار مقارنة جميع العوائد واختيار أفضلها وفق مقياس فعالية معين.

مثال:

لدينا ثلاثة فنيين هم أحمد ، محمد ، وخالد ولدينا ثلاثة أجهزة A,B,C تحتاج إلى إصلاح والجدول التالي يبين الوقت الذي يستغرقه كل منهم لإصلاح الأجهزة. فإذا أردنا أن نعين شخص واحد لإصلاح أحد الأجهزة فقط. فما هو أفضل تعيين للأشخاص الثلاثة على الأجهزة الثلاثة لكي يكون وقت الإصلاح الكلي للأجهزة الثلاثة أقل ما يمكن؟

أي من الفنيين الثلاثة سيصلح الجهاز A ومن هو سيصلح الجهاز B ومن هو سيصلح الجهاز C بحيث يكون العائد هو إصلاح الثلاثة الأجهزة بأقل وقت ممكن.

الفنيين	الأجهزة		
	A	B	C
أحمد	3	7	4
محمد	4	6	6
خالد	3	8	5

الحل

عدد بدائل التعيينات الممكنة هي:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{1- نعين أحمد لإصلاح الجهاز A أي (A , أحمد)} \\ \text{نعين محمد لإصلاح الجهاز B أي (B , أحمد)} \\ \text{نعين خالد لإصلاح الجهاز C أي (C , أحمد)} \end{array} \right\} \text{أي أن التعيين رقم (1) هو } a_1 = (A, \text{أحمد}), (B, \text{محمد}), (C, \text{خالد})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{2- نعين أحمد لإصلاح الجهاز A أي (A , أحمد)} \\ \text{نعين محمد لإصلاح الجهاز C أي (C , محمد)} \\ \text{نعين خالد لإصلاح الجهاز B أي (B , خالد)} \end{array} \right\} \text{أي أن التعيين رقم (1) هو } a_2 = (A, \text{أحمد}), (B, \text{محمد}), (C, \text{خالد})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{3- نعين أحمد لإصلاح الجهاز B أي (B , أحمد)} \\ \text{نعين محمد لإصلاح الجهاز A أي (A , محمد)} \\ \text{نعين خالد لإصلاح الجهاز C أي (C , أحمد)} \end{array} \right\} \text{أي أن التعيين رقم (1) هو } a_3 = (A, \text{أحمد}), (B, \text{محمد}), (C, \text{خالد})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{4- نعين أحمد لإصلاح الجهاز B أي (B , أحمد)} \\ \text{نعين محمد لإصلاح الجهاز C أي (C , محمد)} \\ \text{نعين خالد لإصلاح الجهاز A أي (A , خالد)} \end{array} \right\} \text{أي أن التعيين رقم (1) هو } a_4 = (A, \text{خالد}), (B, \text{محمد}), (C, \text{أحمد})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{5- نعين خالد لإصلاح الجهاز A أي (A , أحمد)} \\ \text{نعين محمد لإصلاح الجهاز C أي (A , محمد)} \\ \text{نعين خالد لإصلاح الجهاز B أي (B , خالد)} \end{array} \right\} \text{أي أن التعيين رقم (1) هو } a_5 = (A, \text{أحمد}), (B, \text{خالد}), (C, \text{محمد})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{6- نعين خالد لإصلاح الجهاز A أي (A , أحمد)} \\ \text{نعين محمد لإصلاح الجهاز C أي (B , محمد)} \\ \text{نعين خالد لإصلاح الجهاز B أي (A , أحمد)} \end{array} \right\} \text{أي أن التعيين رقم (1) هو } a_6 = (A, \text{أحمد}), (B, \text{محمد}), (C, \text{خالد})$$

إذاً لدينا ستة خيارات أو ستة بدائل أحدهم هو الأفضل وفق مقياس أقل زمن عملي ممكن لإصلاح الأجهزة الثلاثة معاً



مصفوفة العوائد موضحة في الجدول التالي:

العوائد	البدائل
$3+6+5=14$	$a_1$ : (C, خالد), (B, محمد), (A, أحمد)
$3+6+8=17$	$a_2$ : (B, خالد), (C, محمد), (A, أحمد)
$7+4+5=16$	$a_3$ : (C, خالد), (A, محمد), (B, أحمد)
$7+6+3=16$	$a_4$ : (A, خالد), (C, محمد), (B, أحمد)
$4+4+8=16$	$a_5$ : (B, خالد), (A, محمد), (C, أحمد)
$4+6+3=13$	$a_6$ : (A, خالد), (B, محمد), (C, أحمد)

من هذا الجدول نجد أن أفضل بديل هو  $a_6$  لأن أقل زمن كلي لإصلاح الأجهزة ..... هو 13 وهو زمن البديل  $a_6$  وذلك وفق مقياس أقل زمن

- القرار في حالة المخاطرة (قرار احتمالي) في هذه الحالة يكون المعلومات عن الحالات الطبيعية غير كاملة أي أن المعرفة جزئية فيتم التعبير عنها بتقدير احتمال وقوع كل حالة من هذه الحالات، بهذا التقرير يستطيع صانع القرار أن يقدر درجة المخاطرة عن إختيار الحل الأمثل بدلالة التوزيع الاحتمالي الناتج للحالات الطبيعية وذلك بعدة مقاييس أهمها:

A. مقياس القيمة المتوقعة للعوائد:

وفق هذا المقياس يكون الحل الأمثل هو الذي يعطي أفضل قيمة متوقعة للعوائد حيث أن القيمة المتوقعة ل..... ما هو حاصل ضرب العوائد  $(r_{ij})$  في الاحتمالات المقابلة لها  $(p_j)$  ثم جمع الناتج كما يلي:

$$E(a_j) = \sum_{j=1}^m r_{ij} \cdot p_j$$

أي أن القيمة المتوقعة للبديل هي المقياس.

مثال:

اتخاذ القرار باستخدام القيمة المتوقعة التي يحتاج إليها للموسم التسويقي القادم من سلعة واحدة، ومن بيانات تاريخية أن تأخذها هذه السلعة يتوقع لها الاحتمالات الآتية من الوحدات المباعة.

الطلب □	نسبة تحقيقه □
1,000	50%
1,500	30%
2,000	20%

الحل:

علينا التعرف على ما يلي:

- 1- نوع القرار وهو قرار حال المخاطرة.
- 2- الهدف من القرار (مقياس الفعالية) وهو الوصول إلى أكبر ربح بحجم معين من الشراء.
- 3- الحلول الممكنة (البدايل) وهي:
  - شراء 1000 وحدة  $a_1$
  - شراء 1500 وحدة  $a_2$
  - شراء 2000 وحدة  $a_3$

4- تحديد مصفوفة العوائد وهي كما في الجدول التالي:

حجم الشراء ( البدايل)	حجم الطلب		
	الحالات الطبيعية واحتمالاتها		
	$S_1=1000$ $P_1=0.5$	$S_2=1500$ $p_2=0.3$	$S_3=2000$ $p_3=0.2$
$a_1:1000$	$r_{11}=500$	$r_{12}=5000$	$r_{13}=5000$
$a_2:1500$	$r_{21}=6000$	$r_{22}=7500$	$r_{23}=7500$
$a_3:2000$	$r_{31}=7000$	$r_{32}=8500$	$r_{33}=10,000$

لإيجاد العائد (الربح) ( $r_{ij}$ ) الناتج عن إختيار البديل  $a_j$  عند وقوع الحالة الطبيعية  $S_j$  أي أن  $r_{11}$  تعني الربح الناتج عن إختيار البديل  $a_1$  (شراء 1000 وحدة) عندما كان حجم الطلب  $s_1=1000$

$$r_{11}=1000 \times 5 = 5000 \text{ حيث ربح الوحدة } 5$$

ويكون  $r_{12}$  هو الربح الناتج عن إختيار البديل  $a_1$  (حجم الشراء 1000) وحدة عندما كان حجم الطلب  $s_2=1500$  أي حجم الطلب أكبر من حجم الشراء.

$$r_{12}=5000=1000 \times 5 = (\text{حجم الشراء}) \times (\text{ربح الوحدة})$$

$$r_{13}=1000 \times 5 = 5000 \text{ وبالمثل}$$

وبالنسبة  $r_{21}$  أي الربح الناتج عن إختيار البديل  $a_2$  (حجم الشراء 1500 وحدة) عندما كان حجم الطلب  $s_1=1000$  أي أن حجم الشراء أكبر من حجم الطلب.

أي ستبقى 500 وحدة لم تطلب وسيتم بيعها بخصم 20% من سعر البيع (أي ستباع بمقدار 80% من سعر البيع)

$$12 = 0.80 \times 15 \leftarrow \text{وحيث أن سعر البيع } 15$$

$$2 = 10 - 12 \leftarrow \text{ولما كان سعر التكلفة هو } 10$$

$$1000 = 500 \times 2 = \text{إذاً ما تبقى من حجم الشراء هو } 500 \text{ وحدة ستباع ربح الوحدة بربح } 2$$

$$r_{21} = \text{ربح بيع } 1000 \text{ وحدة} = 500 + \text{ربح } 500 \text{ وحدة بعد الخصم.}$$

$$r_{13} = 5000 + 500 \times 2 = 6000$$

$$r_{22} \text{ يساوي } 7500 \text{ وذلك لأن حجم الشراء} = \text{حجم الطلب}$$

$$\text{ويكون } r_{23} \text{ يساوي } 7500 = 1500 \times 5 = \text{حجم الشراء أقل من حجم الطلب}$$

$$r_{31} = 1000 \times (5) + 2000 = 7000 \text{ وبالنسبة لـ}$$

$$r_{32} = 1500 \times (5) + 2000 = 9500$$

$$r_{33} = 10000 + 2000 \times (5)$$

وطالما أن القيمة المتدفقة للبديل هي المقياس ونحسب توقع كل بديل ويكون البديل الأفضل (الحل الأمثل) هو البديل الذي قيمته المتوقعة أكبر قيمة.

$$\Rightarrow E(a_j) = \sum_{i=1}^m r_{2j} p_j \Rightarrow E(a_1) = \sum_{j=1}^3 r_{1j} \cdot p_j = [r_{11} \cdot p_1 + r_{12} \cdot p_2 + r_{13} \cdot p_3]$$

$$=(5000)(.5)+(5000)(.3)+(5000)(.2)=5000$$

$$E(a_2) = \sum_{j=1}^3 r_{2j} p_j = [(6000)(.5) + (7500)(.3) + (7500)(.2)] = 6750$$

$$E(a_3) = \sum_{j=1}^3 r_{3j} p_j = [(7000)(.5) + (8500)(.3) + (8500)(.3) + (1000)(.2)] = 8050$$

إذاً أفضل بديل هو البديل  $a_3$  لأنه يمتلك أكبر قيمة متوقعة وهو شراء 2000 وحدة تحقق أعلى ربح 8050

B. مقياس القيمة المتوقعة لخسارة الفرص (مقياس الندم أو الأسف):

- خسارة الفرص لبديل ما عند حالة طبيعية معين هي الخسارة النسبية الناتجة عن إختيار أفضل بديل مقابل تلك الحالة الطبيعية.

- أفضل البدائل وفق هذا المقياس (مقياس الأسفل) هو البديل الذي يمتلك أقل قيمة متوقعة لخسارة الفرص.

مثال يوضح إيجاد أفضل البدائل وفق مقياس (للأسف (الندم))

بالرجوع إلى المثل السابق ما هو أفضل البدائل اوفق مقياس الأسف؟

الحل:-

خسارة الفرص عن  $a_2$  ووقوع  $s_j$  تساوي أكبر قيمة في عمود العوائد - قيمة عائد البديل القابل و الجدول التالي يوضح ذلك.

حجم الشراء ( البدائل )	حجم الطلب		
	الحالات الطبيعية واحتمالاتها		
	$S_1=1000$ $P_1=.5$	$s_2=1500$ $p_2=.3$	$s_3=2000$ $p_3=.2$
$a_1=1000$ $v=1500$ $a_2=200$	$7000-5000=2000$ $5800-5000=3500$ $10000-5000=5000$ $7000-6000$ $8500-7500=1000$ $5800-7500$ $7000-70000$ $8500-8500=0$ وهذا يبين أن <b>2500.2   1300</b>		

من الجدول السابق نتجد أن: **جامعة العلوم والتكنولوجيا**

$$E(a_1) = 200 * .5 * 3500 + .2 = 3050$$

$$E(a_2) = 1000 + 1000 * .3 + 2500 * .2 = 1300$$

$$E(a_3) = 0 * .15 + 0 * .3 + 00 * 2.2 = 0$$

إذاً البديل  $a_3$  هو أفضل البدائل وفق مقياس القيم المتوقعة لخسارة الفرصة.

يقصد باتخاذ أي قرار القيام بفعل معين من بين عدة أفعال ، كما يمكن القيام بها لمواجهة نفس الموقف ، أي: اختيار بديل من بين البدائل المتاحة ، ويمكن تقسيمها إلى ثلاثة أنواع هي:

#### ♦ اتخاذ القرارات في ظل ظروف التأكد الكاملة:

ويتميز هذا النوع من القرارات بأن يكون متخذ القرار على علم مسبق بنتائج اتخاذ القرار.

ومن ثم لا يوجد تأثير للبيئة الخارجية في هذه الأنواع أي: منعدم التأثير تماماً.

#### ♦ اتخاذ القرار في ظل شبه التأكد ، أي: المخاطرة:

ويمتاز هذا النوع من القرارات بأن متخذ القرار يكون على علم باحتمال النتائج المختلفة لتأثيرات البيئة الخارجية بالنسبة لكل بديل من البدائل ، ويتم هنا اتخاذ القرار بطريقة:

أ- اتخاذ القرار باستخدام القيمة المتوقعة للربح.

ب- القيمة المتوقعة للربح.

#### ♦ اتخاذ القرار في ظل عدم التأكد:

ويتميز هذا النوع من القرارات بأنه لا يكون فيه متخذ القرارات يتسم بحالة التأكد ، ويتم تقييم أي قرار باستخدام خمسة معايير هي:

أ- معيار التفاؤل

ب- معيار التشاؤم

ج- المعيار الوسيط ( التفاؤل والتشاؤم ) .

د- معيار لابلان

هـ - معيار الأسف

## تدريب (1)



اشرح خطوات اختيار أفضل البدائل الذي يحقق أكبر ربح ممكن باستخدام المعايير التي درستها.

## أسئلة التقويم الذاتي:

?

1. ما المقصود باتخاذ القرار؟
2. عدد البدائل المتاحة لاتخاذ القرار.
3. اذكر معايير تقييم القرار.

تمرين:



اتخاذ القرار باستخدام القيمة المتوقعة التي يحتاج إليها للموسم التسويقي القادم من سلعة واحدة، ومن بيانات تاريخية أن تأخذها هذه السلعة يتوقع لها الاحتمالات الآتية من الوحدات المباعة.

الطلب	نسبة تحقيقه
1,000	50%
1,500	30%
2,000	20%

كان التاجر يشتري الوحدة ب 10 ريالاً ويبيعها بمبلغ 15 ريالاً، وإذا علمت أن الوحدة التي لا تباع في الموسم تباع بخصم 20% من سعر البيع، فكم عدد الوحدات التي يشتريها لكي يحقق أكبر أرباح ممكنة.

حجم الشراء	طلب	سعر البيع	قيمة وحدات باقية	إيراد كلي	تكاليف الشراء	ربح	إحتمال التحقق	القيمة المتوقعة
1,000	1,500	15	-	15,000	10,000	5,000	0.5	2,500
	1,500	15	-	15,000	10,000	5,000	0.3	1,500
	2,000	15	-	15,000	10,000	5,000	0.2	1,000
								<u>5,000</u>
1,500	1,000	15,000	$6.000 = 15 \times 0.8 \times 500$	21,000	15,000	6,000	0.5	3,000
	1,500	22,500	-	22,500	15,000	7,500	0.3	2,250
	2,000	22,500	-	22,500	15,000	7,500	0.2	1,500
								<u>6,750</u>
2,000	1,000	15,000	12.000	27,000	20,000	7,800	0.50	3,500
	1,500	22,500	6.000	28,500	20,000	8,500	0.3	2,550
	2,000	30,000	-	30,000	20,000	10,000	0.2	2,000
								<u>8,050</u>

#### ملحوظات:

1- شراء أكبر كمية تحقق أكبر وأعلى ربحية هو 2.000 وحدة وتحقق 8.050 ريال.

2- يمكن اتخاذ أي قرارات باستخدام القيمة التي تحقق خسائر متوقعة.

#### مثال:



منشأة صناعية تقوم بتصنيع نوع جديد من المراوح الكهربائية، ويبلغ إنتاج المروحة 50 ريالاً، وسعر بيعها المتوقع 100 ريال، والمروحة التي لا تباع خلال موسم الصيف تباع في نهاية الموسم بمبلغ 40 ريالاً، وكان الطلب على المراوح 1.000 وحدة من هذه المراوح واحتمالات تحقيق ذلك هو:

حجم الطلب	نسبة تحقيقه
140	30%
160	40%
180	20%
200	10%

والمطلوب تحقيق حجم الإنتاج الأمثل الذي يحقق أقل خسارة ممكنة.



حجم الإنتاج	الطلب	الوحدات التي تحقق خسائر 10 ريال	سعر 50 ريالاً	حجم الخسارة	نسبة الاحتمال	المتوقعة
140	140	-	-	-	0.3	0
	160	-	20	1,000	0.4	400
	180	-	40	2,000	0.2	400
	200	-	60	3,000	0.1	300
						<u>1,100</u>
160	140	20	-	200	0.3	60
	160	0	-	0	0.4	0
	180	0	20	1,000	0.2	200
	200	0	40	2,000	0.1	200
						<u>460</u>
180	140	40	-	400	0.3	120
	160	20	-	200	0.4	80
	180	0	-	0	0.2	0
	200	0	20	1,000	0.1	100
						<u>300</u>
200	140	60	10	600	0.3	180
	160	40	10	400	0.4	160
	180	20	10	200	0.2	40
	200	0	10	0	0.1	0
						<u>380</u>

القرار بأقل خسارة (300) ألف ريال عند إنتاج (1.000) ألف مروحة.

تمرين:

يرغب مدير الإنتاج في إحدى المنشآت الصناعية في تقديم سلع جديدة، ولقد أوضحت دراسة الجدوى أن إنتاج هذه السلعة يتطلب شراء آلة متخصصة وأن المعروض من السوق لهذه الآلة (3) أنواع بياناتها كما يأتي:

آله	طاقة إنتاجية	تكاليف ثابتة	تكاليف متغيرة للوحدة
أولى	20,000	30,000	7.5 ريال
ثانية	40,000	50,000	6.75
ثالثة	70,000	70,000	5

فإذا علمت أن مستوى الطلب المتوقع لهذه السلعة هو على النحو الآتي:

30.000 ، 40.000 ، 50.000 ، وحدة

وأن سعر البيع للوحدة الواحدة 10 ريالاً وأن الوحدة التي لا تباع خلال الموسم تباع

فيما بعد بنصف الثمن. والمطلوب:

اختيار أفضل البدائل التي تحقق أكبر ربح ممكن باستخدام المعايير كافة بافتراض

نسبة التفاؤل (0.6)، وأن معيار التشاؤم (0.4).

**الخطوة الأولى: حساب التكاليف الكلية للوحدة :**

- حساب التكلفة الكلية للوحدة بالنسبة لكل بديل من البدائل الثلاثة.

- البدائل ت ÷ الطاقة الإنتاجية = نصيب الوحدة من التكاليف الثابتة. ت ÷ ت م للوحدة

$$1 = 30,000 \div 20,000 = 1.5 \text{ ت م } 7.5 = 9$$

$$2 = 50,000 \div 40,000 = 1.25 + 6.75 = 8$$

$$3 = 70,000 \div 70,000 = 1 + 5 = 6$$

**الخطوة الثانية: حساب العائد**

حساب العائد بألف ريال لكل بديل من البدائل الثلاثة:

طلب	شراء	إيرادات 10	وحدات متبقية وم 5	إجمالي الإيراد	9 20,000	صافي الربح
20,000	30,000	200,000	-	200,000	180,000	20,000
	40,000	200,000	-	200,000	180,000	20,000
	50,000	200,000	-	200,000	180,000	20,000
						<u>60,000</u>
40,000	30,000	300,000	50,000	350,000	320,000 = 8 40,000	30,000
	40,000	400,000	-	400,000	320,000	80,000
	50,000	400,000	-	400,000	320,000	80,000
						<u>170,000</u>
70,000	30,000	300,000	200,000	500,000	420,000	80,000
	40,000	400,000	150,000	500,000	420,000	130,000
	50,000	500,000	100,000	600,000	420,000	180,000
						<u>390,000</u>

**الخطوة الثالثة: إيجاد أو إعداد مصفوفة أرباح (مصفوفة أصلية)**

البديل	30,000	40,000	50,000
ت1	20	20	20
ت2	30	80	80
ت3	80	130	180

#### الخطوة الرابعة: تقييم البدائل الثلاثة باستخدام المعايير كافة

أولاً: معيار التفاضل:

ت1 20

ت2 80

ت3 180

ثم نختار أعلى رقم، أي: يختار مدير الإنتاج البديل الثالث.

ثانياً: معيار التشاؤم:

أ- نحدد أسوأ نتيجة لكل بديل من البدائل

ت1=20

ت2=30

ت3=80 ثم نختار أعلى رقم من بين الأرقام، أي: نختار البديل الثالث.

ثالثاً: تحديد معيار الوسيط

نحدد أفضل وأسوأ نتيجة لكل بديل من البدائل:

ت1 20 20

ت2 30 80

ت3 80 180

ثم نقوم بتقييم البدائل المختلفة طبقاً لهذا المعيار بافتراض التفاضل والتشاؤم 0.4، 0.6،

$$20=8+12=0.4 \diamond 20 + 0.6 \diamond 20 = 1$$

$$60=12+48=0.4 \diamond 30+0.6 \diamond 80 = 2$$

$$140=32+108=0.4 \diamond 80 + 0.6 \diamond 180 = 3$$

نختار أعلى الأرقام وهو 140 حيث يختار مدير الإنتاج البديل الثالث.

رابعاً: معيار الأسف (الوسط الحسابي لهذه البدائل)

$$20 = \frac{20+20+20}{3} = 1 \text{ ت}$$

$$63.3 = 3 / 190 = \frac{80+80+30}{3} = 2 \text{ ت}$$

$$130 = 3 / 390 = \frac{180+130+80}{3} = 3 \text{ ت}$$

نختار أعلى رقم وهو البديل الثالث الذي يحقق 130.

4- هـ معيار الأسف كالآتي:

**تحديد مصفوفة الأسف كالآتي:**

نقوم بتحديد أكبر قيمة في كل عمود من أعمدة المصفوفة الأصلية، ثم نقوم بطرح بقية قيم العمود من هذه القيمة، فنحصل على مصفوفة الصف كالآتي:

البدائل:

160	110	60	1 ت
100	50	50	2 ت
0	0	0	3 ت

ثم نحدد أعلى الأرقام وهي كالآتي:

$$160 = 1 \text{ ت}$$

$$100 = 2 \text{ ت}$$

$$0 = 3 \text{ ت}$$

ثم نختار أقل رقم، حيث يختار مدير الإنتاج البديل الثالث، لأنه يحقق أقل رقم

أسف ممكن وهو يكون تحديداً يحقق هذا الشرط في البديل الثالث.



### 3. نظرية الترتيب (Sequencing Theory)

تهتم نظرية الترتيب بتحديد أفضل ترتيب للطلبات بحيث يتم تنفيذها على الآلات الموجودة في المصنع بحيث يكون وقت الإنتاج أقل ما يمكن.

مثال:



ورد لمصنع الشباب (5) طلبات يتطلب إتمامها أن تجري عليها عمليات صناعية على آلتين هما: س، ص، ويقتضي تصنيع أي من هذه الطلبات أن تضع على الآلة (س) أولاً ثم الآلة (ص) ثانياً. فإذا فرض أن الوقت الذي يستغرق تصنيع كل من هذه الطلبات على الآلتين يكون بالساعات.

رقم الطلبية	(س)	(ص)
1	2	1
2	5	4
3	6	7
4	3	8
5	9	2

والمراد إبداء النصح لمصنع الشباب، وذلك ببيان أفضل تحميل على الآلات بحيث يكون وقت الإنتاج أقل ما يمكن شارحاً لنا الخطوات بإيجاز.

الحل:

1- تحديد أفضل ترتيب ويمكن أن يتم ذلك عن طريق تحديد أقل زمن للإنتاج على الآلتين، فإذا كان هذا الزمن يقع على الآلة الأولى نضع الطلبية صاحبة هذا الزمن في جدول الترتيب على اليمين، وإذا كان هذا الزمن يقع على الآلة الثانية نضع الطلبية صاحبة هذا الزمن في جدول الزمن على اليسار، ونكرر ذلك حتى ننهي من الترتيب.

نرتب أوامر الإنتاج حسب وقت الإنتاج على الآلة الأولى:

4 3 2 5 1

نحدد زمن الإنتاج الأقل على الآلتين:

آلة (س)

طلبة	وقت إنتاج	زمن البدء	زمن الإنتهاء
4	3	صفر	3
3	6	6+3	9
2	5	5+9	14
5	9	9+14	23
1	2	2+23	25

آلة ( ص ) :

طلبة	وقت إنتاج	زمن البدء	زمن الانتهاء
4	8	3	11
3	7	11	18
2	4	18	22
5	2	1+23 (عطل ساعة)	25
1	1	25	26

∴ زمن الإنتاج = (26) ساعة

ملحوظة:

- 1- ساعة الابتدء على الآلة الأولى دائماً ( صفر )
- 2- زمن الابتدء على الآلة الثانية ليكون هو نفسه زمن الانتهاء على الآلة الأولى أولاً.
- 3- زمن أعطال الآلة الأولى (25-26) = 1 ساعة وهو زمن الانتهاء.

زمن تعطل الآلة الثانية وهو نفس زمن انتهاء الآلة الأولى من الطلبة الأولى زائداً زمن الانتظار.

$$\begin{aligned}
 & \text{صفر} - 3 = 3 \text{ ساعات} \\
 & \text{المجموع} = 25 - 23 \text{ ساعة} = 1 \text{ ساعة} \\
 & \text{المجموع} = 4 \text{ ساعات}
 \end{aligned}$$

الآلة الأولى: = 25- إلى 26 ساعة = 1 ساعة

1 = ساعة تأخير (س) زمن التأخير للآلة

4 = ساعات تأخير (ص) زمن التأخير للآلة

مثال:

يوجد في أحد المصانع خمسة أوامر إنتاج، ويجب أن تمر على آلتين هما: أ، ب، بالترتيب. ويخصص لهما وقت بالساعة لكل من الآلتين على النحو الآتي:

أوامر الإنتاج	آلة (أ)	آلة (ب)
1	5	2
2	1	6
3	9	7
4	3	8

والمراد ترتيب أوامر الإنتاج المذكورة بحيث يصبح وقت الإنتاج الكلي أقل ما يمكن.

الحل:

نرتب أوامر الإنتاج حسب وقت الإنتاج على الآلة الأولى:

2 4 3 5 1

آلة (أ):

أمر الإنتاج المرتب	وقت الإنتاج	ساعة البدء	ساعة الانتهاء
2	1	صفر	1
4	3	1	4
3	9	4	13
5	10	13	23
1	5	23	28

آلة (ب):

أمر الإنتاج	وقت الإنتاج	ساعة البدء	ساعة الانتهاء
2	6	1	7
4	8	7	15
3	10	15	23
5	4	23	27
1	2	28	30

معنى ذلك أن وقت الإنتاج هو (30) ساعة ، وقت الأعطال هو ساعتان للآلة الأولى ما بين الساعة (28-30)، وهو (3) ساعة للآلة (ب) بين الساعة (صفر - 1) وساعة بين الساعة (22- 23) وساعة بين الساعة (27-28).

ترتيب أوامر الإنتاج على ثلاث آلات:

يجب أن يتوفر الشرطان الآتيان، وهما:

(أ) أقل وقت إنتاج على الآلة (1) أكبر من أو يساوي وقت إنتاج على الآلة (ب) .

(ب) أقل وقت إنتاج على الآلة ج أكبر من أو يساوي وقت إنتاج على الآلة (ب) .

ويتم هذه الشرطان في حالة أن يتم العمل على آلتين هما (س، ص) ووقت الإنتاج على آلة (س) هو مجموع وقت الأمر على الآلة (أ) زائداً وقته من الآلة (ب).

وقت الإنتاج على الآلة (ص) ( لأمر إنتاج معين ووقت هذا الأمر على الآلة (ج) زائداً وقته على الآلة (ب).

مثال:

يوجد لدى شركة ساوبالو (5) أوامر إنتاج يجب أن تمر كل منها على آلات (أ)، (ب)، (ج)، على الترتيب. ووقت الإنتاج بالساعات على النحو الآتي:

أمر الإنتاج	آلة (أ)	آلة (ب)	آلة (ج)
1	4	5	8
2	9	6	10
3	8	2	6
4	6	3	7
5	5	4	11

ويراد ترتيب هذه الأوامر بشكل يجعل وقت الإنتاج أقل ما يمكن.

الحل:





أمر الإنتاج	أ	ب	ج	الآلة س (أ+ب)	الآلة ص (ب+ج)
1	4	5	8	9	13
2	9	6	10	15	16
3	8	2	6	10	8
5	6	3	7	9	10
5	5	4	9	9	15

والحلول المتاحة كثيرة، وكلها تجعل وقت الإنتاج (51) ساعة، وهي على النحو الآتي:

1	4	5	2	3
4	1	5	2	3
1	5	4	2	3
5	1	4	2	3
4	5	1	2	3

وقت الإنتاج المتاح:

أمر (1):

آلة (أ)	آلة (ب)	آلة (ج)	آلة (د)
2	4	5	1

أمر (2):

2 5 3 6

يمكن أن نتخذ قراراً لاختيار أمر إنتاج (أ) أولاً على آلة ما أو نختار أمر الإنتاج (2) أولاً على هذه الآلة، ومعنى ذلك أن لدينا (6) قرارات يمكن اتخاذها على حسب قوانين الاحتمالات.

- يمكن حذف جميع الخطط التي لا يمكن تنفيذها فنياً.

- وتبقى الخطط القابلة للتنفيذ: 1- 2- 4- 5- 6- 8- 16.

- تحذف الخطط غير المثالية.

- وتبقى الخطط المثالية والقابلة للحل وتناسبه وهي: (1-2-4-6-8). وهي (5) خطط فقط.

يتم حساب الوقت اللازم لتنفيذه لكل من هذه الخطط، ونختار أفضلها باستخدام أسلوب جانث (Chant Theory)

لتبقى كما يأتي:

الزمن 1-30

أمر (1) أ+ب ج+د = ت = 22 ساعة

أمر (2) دب، أج = وهي الخطة رقم (4) وتضم في خطواتها (أ، ب، ج، د).

## تدريب (2)

فيما يأتي بيانات العمليات الإنتاجية الخاصة بإنتاج 500 وحدة من المنتج ص، والمطلوب تسليمها في 2006/8/31 م وأزمنة تشغيلها كما يأتي:

الأنشطة	الزمن	الأنشطة	الزمن
1-المقص	10 أيام	4- الدهان	10 أيام
2-اللحام	5 "	5- التعبئة والتغليف	3 "
3-البرادة والتجليخ	8 "	6- التسليم	يوم واحد

المطلوب:

1. تصوير خريطة جانث الخاصة بتنفيذ الطلبيات.
2. تحديد تواريخ بداية العمليات الإنتاجية ونهايتها حتى يمكن التسليم في 8/31 / 2006.

## أسئلة التقويم الذاتي:

1. ما المقصود بكل من:  
أ - نظرية الترتيب. ب- أسلوب جانث.
2. كيف يتم إيجاد مصفوفة الأرباح؟
3. كيف يتم تحديد مصفوفة الأسف؟



#### 4. الخلاصة:

حاولت هذه الوحدة من مقرر بحوث العمليات عرض القسم الأول ، نماذج اتخاذ القرار في ظل ظروف التأكد ، حيث تم استعراض الأنواع المختلفة للبدائل المتاحة للمساعدة في اتخاذ القرار على ضوء البديل الأمثل ، وتتلخص هذه البدائل في كل من اتخاذ القرارات في ظل ظروف التأكد الكاملة ، واتخاذ القرار في ظل شبه التأكد ، أي: المخاطرة ، وأخيراً اتخاذ القرار في ظل عدم التأكد . ويتم اتخاذ أي قرار باستخدام خمسة معايير هي معيار التفاؤل ، ومعيار التشاؤم ، والمعيار الوسيط ، ومعيار لابلاس ، وأخيراً معيار الأسف . أما القسم الثاني من هذه الوحدة فقد جاء تحت اسم نظرية الترتيب ، ويتم تنفيذها على الآلات الموجودة بالمصنع بحيث يكون وقت الإنتاج أقل ما يمكن . وفي الختام أوصيك بمراجعة الأهداف التعليمية للوحدة ، وهل باستطاعتك تحقيق تلك الأهداف ؟ إذا كان جوابك بنعم ، تكون قد استوعبت موضوع الوحدة ، وإلا فلا بأس عليك بدراسة النص العلمي بما في ذلك الأمثلة والتدريبات .

#### 5. إجابات التدريبات:

##### تدريب (1)

- الخطوة الأولى: حساب التكاليف الكلية للوحدة.
- الخطوة الثانية: حساب العائد.
- الخطوة الثالثة: إيجاد أو إعداد مصفوفة أرباح "مصفوفة أصلية".
- الخطوة الرابعة: تقييم البدائل الثلاثة باستخدام المعايير كافة.



وهكذا بالنسبة للبقية

2- جداول مواعيد بداية العمليات الإنتاجية ونهايتها:

م	الأنشطة	المدة باليوم	التواريخ	
			البداية	النهاية
1	المقص	10	8/1	8/10
2	اللحام	5	8/11	8/15
3	البرادة	8	8/16	8/23
4	الدهان	10	8/18	8/27
5	التعبئة والتغليف	3	8/28	8/30
6	التسليم	1	8/31	8/31



- **نظرية القرار Decision Theory:**  
أحد أساليب بحوث العمليات، وتستخدم لتحليل مشكلات اتخاذ القرار في ظروف عدم التأكد ودراسة احتمالات نتائجها.
- **نظرية الترتيب Sequencing Theory:**  
تهتم نظرية الترتيب بحيث يتم تنفيذها على الآلات الموجودة في المصنع بحيث يكون وقت الإنتاج أقل ما يمكن.
- **أسلوب جانت Chant Theory:**  
قام هنري جانت وهو من رواد مدرسة الإدارة العلمية بتطوير أسلوب خرائط جانت كأول أسلوب علمي يستخدم في جدولة العمليات.



1. برونسون، بحوث العمليات، ترجمة حسن حسني الغباري، مراجعة، محمد إبراهيم يونس ( القاهرة: الدار الدولية للنشر والتوزيع، 1988م).
2. أحمد سرور محمد، بحوث العمليات في الإدارة ( القاهرة: مكتبة عين شمس، 1987م).





جامعة العلوم والتكنولوجيا / صنعاء

<http://www.ust.edu>

